PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 23. 15. November 1910. 11. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 24 am 15. November 1910.

INHALT:

Vorträge und Diskussionen von der 82. Naturforscherversammlung zu Königsberg:
Aus der 1. allgemeinen Sitzung:
O. Külpe, Erkenntnistheorie und Naturwissenschaft. S. 1025.
Aus den Sitzungen der Sektion für Physik und Instrumentenkunde:
G. Mie, Eine bequeme Methode zur Erzeugung ganz schwach gedämpfter elektrischer Schwingungen von kleiner Wellenlänge. S. 1035.
H. Lehmann, Über ein Filter für ultraviolette Strahlen und seine Anwendungen. S. 1039.
F. Löwe, Ein neues Interferometer für Gase und Flüssigkeiten. S. 1047.
M. Seddig, Demonstration der Temperaturänderungen in auf- und abwärts bewegten Luftmassen mit dem absoluten Bolometer. S. 1051.
E. Baisch, Versuche zur Prüfung des Wien-Planckschen Strahlungsgesetzes im Bereich kleiner Wellenlängen. S. 1056.
Aus den Sitzungen der Sektion für Mathematik und Astronomie:
A. Sommerfeld, Die Greensche Funktion der Schwingungsgleichung für ein beliebiges Gebiet. S. 1057.
Aus der gemeinsamen Sitzung der Sektionen für Mathematik und Physik und mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht:
A. Wangerin, Franz Neumann als Mathematiker. S. 1066.
Originalmitteilungen:
L. Prandtl, Eine Beziehung zwischen Wärmeaustausch und Strömungswiderstand der Flüssigkeiten. S. 1072.
K. Honda, Die magnetischen Eigenschaften der Materialien und die molekulare Theorie. S. 1078.
J. Elster u. H. Geitel, Bemerkungen über die Natur der durch elektrische Entladungen auf Alkalimetallen in Vakuumröhren gebildeten farbigen Schichten. S. 1082.
L. Stjepanek, Magnetische Schirmwirkung und elektromagnetische Induktion im Eisenamalgam. S. 1083.
Th. Wulf, Einige Anwendungen des Fadenelektrometers, besonders auf die Probleme der Luftelektrizität und der Radioaktivität. S. 1090.
Besprechungen:
J. Perry, Höhere Analysis für Ingenieure. S. 1095.
Auerbachs Taschenbuch für Mathematiker und Physiker. S. 1095.
W. Ostwald, Große Männer. S. 1095.
H. Hort, Der Entropiesatz. S. 1095.
Himmel und Erde. XXI. S. 1096.
Berichtigung. S. 1096.
Personalien. S. 1096.
Gesuche. S. 1096.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 82. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU KÖNIGSBERG.

Aus der ersten allgemeinen Sitzung:

O. Külpe (Bonn), Erkenntnistheorie und Naturwissenschaft [1]).

Hochansehnliche Festversammlung! Es gereicht mir zur großen Ehre und Freude, die wissenschaftliche Tagung der heurigen Naturforscher- und Ärzteversammlung mit einem philosophischen Vortrage eröffnen zu dürfen. Ich möchte darin ein Zeichen der wiedererwachten, allenthalben sich regenden Bedürfnisse nach philosophischer Ergänzung und Vertiefung erblicken, wie sie sich bei der jetzigen wissenschaftlichen Gesamtlage naturgemäß entwickelt haben. Wo man über Axiome und Prinzipien, über Raum und Zeit, über Mechanik und Elektrodynamik als Grundlage der gesamten Physik, über Energetik und Atomistik, über Mechanismus und Vitalismus und andere letzte Fragen so lebhaft diskutiert, wie in der heutigen Naturwissenschaft, da ist der Sinn und das Interesse für die Beziehungen zur Philosophie geöffnet, da spinnen sich von selbst die Fäden, die beide Gebiete miteinander verknüpfen. So hat die Situation im eigenen Lager den Naturforscher zu erkenntnistheoretischen und metaphysischen Erwägungen geführt.

Aber auch die Philosophie hat zu dieser Annäherung beigetragen. Zunächst und vor allem durch die erfolgreichen Versuche, über die materialen und formalen Voraussetzungen der Naturwissenschaft Klarheit zu verbreiten, deren Verfahren und Grundlagen zu begreifen, deren Grenzen und Konsequenzen zu ziehen. Die moderne Logik und Erkenntnistheorie sind in viel höherem Maße zu den Einzelwissenschaften in ein unmittelbares Verhältnis getreten, als das in früheren Zeiten der Fall war, und von der modernen Metaphysik darf erst recht behauptet werden, daß sie in engstem Kontakt mit den besonderen Wissenschaften ihrer Aufgabe obliegt. Daneben muß jedoch auch der modernen Psychologie gedacht werden. Sie ist eine Tochter der Naturwissenschaft und der Philosophie. Fechner, der bekannte Physiker und geistreiche Philosoph, hat sie ins Leben eingeführt, und Wundt, ein bedeutender Physiologe und unser umfassendster philosophischer Geist, hat sie auf eigene Füße gestellt und ihre selbständige Entwicklung durch Errichtung eines eigenen Laboratoriums am meisten gefördert. Diese Psychologie arbeitet mit naturwissenschaftlichen Hilfsmitteln und bedient sich vielfach der von der Schwester-

1) In erweiterter Fassung und mit Anmerkungen versehen ist der Vortrag bei S. Hirzel, Leipzig, in Sonderausgabe erschienen.

wissenschaft ausgebildeten Methoden. Zugleich führen zahlreiche Gesichtspunkte von ihr zu den Geisteswissenschaften hinüber und hat sie der modernen Philosophie in mehr als einer Richtung eine bedeutsame Unterstützung gewähren können. Wenn schon im bürgerlichen Leben entzweite Eltern zuweilen durch wohlgeratene Kinder miteinander versöhnt werden, so wird man auch der modernen Psychologie die erfolgreiche Erfüllung einer ähnlichen Mission für das Verhältnis von Philosophie und Naturwissenschaft zutrauen dürfen.

Aber es ist zweifellos auch dem Genius loci zu verdanken, wenn Philosophie und Naturwissenschaft sich in Königsberg zusammenfinden, dem Geiste Kants, in dem das Problem der wissenschaftlichen Arbeit an der Natur seiner ersten erkenntnistheoretischen Lösung entgegenreifte und unter dessen Einfluß nach der Niederlage der Hegelschen Philosophie die erste beachtenswerte Wiederherstellung der philosophischen Positionen sich vollziehen konnte. Wenn auch Schiller einst den Transzendentalphilosophen das warnende Wort zurief: noch kommt das Bündnis mit der Naturwissenschaft zu frühe, so dürfen wir heute es geradezu als ein günstiges Omen für die Einleitung einer verständnisvollen und fruchtbaren Wechselbeziehung zwischen Erkenntnistheorie und Naturwissenschaft betrachten, daß wir auf dem durch Kants Wirken und Schaffen geheiligten Boden sie zu betätigen versuchen.

Es ist bekannt, welch große Bedeutung die mathematische Naturwissenschaft eines Newton und seiner Nachfolger für die Kantsche Philosophie besaß. Die „Metaphysischen Anfangsgründe der Naturwissenschaft" lassen in ihrer Anwendung der Transzendentalphilosophie auf den Begriff der Materie deutlich erkennen, wie sehr die Aufstellung der Kategorien und Grundsätze des reinen Verstandes durch die Absicht bedingt war, die Voraussetzungen der Mechanik zu verallgemeinern. Eine abgesonderte Metaphysik der körperlichen Natur tut, wie Kant in jener Schrift selbst bemerkt, „der allgemeinen vortreffliche, unentbehrliche Dienste, indem sie Beispiele (Fälle in concreto) herbeischafft, die Begriffe und Lehrsätze der letzteren . . . zu realisieren, d. i. einer bloßen Gedankenform Sinn und Bedeutung unterzulegen". Und die für seine positive Theorie der Erkenntnis grundlegenden Fragen nach der Möglichkeit und dem Rechtsgrund einer a priori verfahrenden Mathematik und Naturwissenschaft offenbaren uns den Geist seiner bedeutsamen transzendentalen Methode, für die eine Wissenschaft als ein vorgefundener Tatbestand zum Problem und zugleich zur Basis der Philosophie wird. Nicht als ob es gälte, an ihr und ihrem Inhalt herumzukritteln und durch reines Denken vermeintlich tiefere und richtigere Einsicht in das Wesen der Naturerscheinungen zu gewinnen. Kants Transzendentalphilosophie will vielmehr nur die Voraussetzungen der reinen Mathematik und Naturwissenschaft in einen inneren und allgemeinen Zusammenhang aufnehmen und damit eine Theorie der Wissenschaft selbst entwickeln. Die Philosophie spielt bei ihm nicht die Rolle eines albernen Schulmeisters, der alles weiß und alles seiner Zensur unterwirft. Sie ist vielmehr in allem, was den Inhalt der einzelwissenschaftlichen Forschung anbetrifft, was deren Ergebnisse und Methoden ausmacht, von ihr abhängig und von ihr zu lernen verpflichtet. Kant fragt nicht, ob eine Naturwissenschaft möglich ist, und versucht erst recht nicht, eine philosophische Naturlehre an deren Stelle zu setzen. Er fragt vielmehr: wie ist eine Naturwissenschaft möglich? und ist bestrebt, ihr Faktum aus einer Theorie der Erkenntnis heraus zu begreifen.

Bei aller Anerkennung des gewaltigen Fortschrittes, den Kants Erkenntnistheorie für eine fruchtbare Wechselbeziehung zwischen Philosophie und Naturwissenschaft angebahnt hat, und bei aller Würdigung ihrer Ergebnisse für die Zeit ihrer Entstehung muß doch auf zwei wichtige Aufgaben hingewiesen werden, die in ihr unerfüllt blieben. Die eine von ihnen besteht in der systematischen Herauslösung der unentbehrlichen Voraussetzungen aus der Wissenschaft, in der sie wirksam sind. Gerade an Kants Beispiel kann die Notwendigkeit eines solchen Verfahrens deutlich gemacht werden. Seine Kategorien sind nicht als Voraussetzungen der Wissenschaft dieser entnommen worden, sondern werden aus der logischen Einteilung der Urteile abgeleitet. So entsteht der Anschein, als ob eine unmittelbare Analyse des wissenschaftlichen Tatbestandes gar nicht erforderlich sei, um die in der Wissenschaft geltenden Prinzipien zu entdecken. Kants Idealismus hat dadurch eine allzu aprioristische Färbung erhalten. Es bedarf eines zuverlässigen Weges, einer einwandfreien Methode zur Feststellung der in einer Wissenschaft herrschenden letzten Annahmen und Bestimmungen. Solange die Axiomatik nicht allenthalben von den Einzelwissenschaften selbst ausgestaltet worden ist, hat die Erkenntnistheorie die Voraussetzungen, die sie behandeln will, erst einmal aus dem Gewebe, in das sie verschlungen sind, herauszuziehen. Die Methodenlehre der modernen Logik und der allgemeine oder prinzipielle Teil der Einzelwissenschaften haben be-

reits wertvolle Ansätze zur Lösung dieser Aufgabe aufzuweisen. Aber ein solches aufsteigendes Verfahren der transzendentalen Methode entbehrt noch immer der umfassenderen Begründung und speziellen Durchbildung.

Dazu kommt eine zweite, wie mir scheint, noch bedeutungsvollere Aufgabe, nämlich die Ausdehnung der transzendentalen Methode auf die empirischen Wissenschaften. Obwohl Kant neben der reinen eine angewandte Mathematik, neben der mathematischen eine uneigentliche, nach Erfahrungsgesetzen ihre Gegenstände behandelnde Naturwissenschaft und eine historische, die Naturobjekte in systematischer Ordnung vorführende Naturlehre unterscheidet, hat er nur auf die a priori verfahrenden Disziplinen seine Theorie gerichtet und begründet. Aber das Problem der empirischen Wissenschaften ist nach deren großartiger Entwickelung im abgelaufenen Jahrhundert nicht mehr zu ignorieren. Die selbständigen und eigenartigen Forschungsweisen auf diesem Gebiete haben in der Logik des 19. Jahrhunderts verdiente Beachtung gefunden und bemerkenswerte Untersuchungen angeregt. Dagegen sind die materialen Voraussetzungen der Erfahrungswissenschaften nicht in gleichem Maße studiert und verarbeitet worden. Hier dürfte die Erkenntnistheorie in der Gegenwart die dringendste und lohnendste Aufgabe zu erfüllen haben. Mit einer kurzen Schilderung einer zu dieser Aufgabe gehörenden Untersuchung hoffe ich dem Bündnis zwischen Philosophie und Naturwissenschaft heute am besten dienen zu können.

In allen Erfahrungswissenschaften finden wir das Bestreben, Gegenstände zu setzen und zu bestimmen, die von der setzenden und bestimmenden Tätigkeit des Forschers selbst unabhängig bestehend gedacht werden. Der Astronom redet in diesem Sinne von den Himmelskörpern und ihren Bahnen, der Physiologe von der Kontraktion der Muskeln, von der Erregung der Nerven, von der Sekretion der Drüsen, der Mineraloge von starren anorganischen Körpern an unserer Erdoberfläche, der Chemiker von den Stoffen und ihren Verbindungen. Solche Gegenstände sind keineswegs mit den Sinneseindrücken identisch, die uns zu ihrer Setzung und Bestimmung Veranlassung gegeben haben. Die Planeten sind keine Empfindungen oder Komplexe von solchen und die chemischen Elemente lassen sich ebensowenig mit den Inhalten unserer Sinneswahrnehmung zur Deckung bringen. Sie sind auch nicht, obwohl man sie zuweilen so genannt hat, Begriffe. Denn diesen kommen keine optischen Eigenschaften wie den Kristallen, keine Absonderungen wie den Drüsen, keine Valenzen wie den chemischen Stoffen unmittelbar zu. Wir wollen solche Gegenstände als Realitäten oder als reale Objekte bezeichnen und sie durch die Unabhängigkeit der Existenz von Setzung und Bestimmung allgemein charakterisieren. Es ist meines Wissens der berühmte Mathematiker Graßmann gewesen, der in seiner Ausdehnungslehre zuerst zwischen Formal- und Realwissenschaften auf Grund der Verschiedenheit ihrer Gegenstände eine Grenze aufgerichtet hat. Aus diesem für alle Realwissenschaften charakteristischen Verfahren der Realisierung entwickelt sich das große erkenntnistheoretische Problem der Realität, das in vier besonderen Fragen formuliert werden kann:

1. Ist eine Setzung von Realem zulässig? Diese Frage muß im Hinblick auf die gegnerische Haltung des sogenannten Konszientialismus oder Wirklichkeitsstandpunktes beantwortet werden, der jegliche Realisierung als eine Transzendenz über die Wirklichkeit des Bewußtseins, über die ursprüngliche Erfahrung hinaus für unberechtigt erklärt. Für diesen Rest der antiken Skepsis lassen sich alle naturwissenschaftlichen Erkenntnisse als ein Gewebe von Empfindungen und Begriffen fassen und ausdrücken. Hauptvertreter dieser Richtung ist im 18. Jahrhundert der große schottische Philosoph Hume gewesen. In der Gegenwart kommt ihr unter den Naturforschern Mach am nächsten. Die Behandlung unserer ersten Frage gestaltet sich dem Geiste der transzendentalen Methode entsprechend als eine Verteidigung des Realismus oder als eine Widerlegung der von dem Konszientialismus vorgebrachten Einwände.

2. Die zweite Frage lautet: Wie ist die Setzung von Realem möglich? und fordert eine Prüfung und Entwicklung der Gründe, die zur Annahme realer Gegenstände führen. Die Art, wie die Philosophie bisher das Problem der Außenwelt behandelt hat, entspricht im wesentlichen dem Versuch, die hier formulierte Frage für ein bestimmtes Gebiet zu beantworten.

3. Ist es hiernach gelungen, den allgemeinen Realismus durch eine Theorie der Setzung von Realem zu begründen, so erheben sich zwei weitere Fragen, die der Bestimmung, dem Wesen der gesetzten Realitäten gelten. Die dritte ist ebenso wie die erste zu formulieren: Ist eine Bestimmung von Realem zulässig? und verlangt eine Auseinandersetzung mit derjenigen erkenntnistheoretischen Richtung, die bei dem bloßen Gedanken eines Realen von

unbekannter Beschaffenheit, also bei der Setzung stehen bleiben zu müssen behauptet. Der Phänomenalismus, in klassischer Form durch Kant vertreten, lehnt eine positive Beantwortung der beiden letzten Fragen ab. Manche Naturforscher der Gegenwart haben sich, wenn auch aus anderen Gründen als Kant, dieser Richtung angeschlossen. Auch hier wird das Verfahren einer Rechtfertigung realistischer Bestimmung den Charakter einer bloßen Verteidigung der in der Wissenschaft allgemein üblichen speziellen Realisierung tragen dürfen.

4. Endlich ist zu fragen: Wie ist eine Bestimmung von Realem möglich? Mit der Antwort auf diese Frage wird der spezielle Realismus vollendet, d. h. eine positive Theorie der Bestimmung realer Objekte entwickelt, für die es gegenwärtig kaum einen Ansatz in der Erkenntnistheorie gibt. Zwei Aufgaben sind es hier namentlich, welche gelöst werden müssen. Die realen Gegenstände sind, da sie mit den Bewußtseinsinhalten der Wahrnehmung nicht zusammenfallen und ebensowenig als bloße Begriffe angesehen werden können, nach Platons glücklicher Bezeichnung Gedankendinge. Es bedarf daher einer erkenntnistheoretischen Würdigung des Denkens als des Organs, mit Hilfe dessen Reales gesetzt und bestimmt wird. Gedankendinge sind aber auch die idealen Objekte, die fiktiven Gegenstände, von denen in der mathematischen Wissenschaft ein so häufiger Gebrauch gemacht wird. Darum besteht eine zweite Aufgabe in der Darlegung der Kriterien, welche die realen Objekte auszeichnen, und in der Theorie der verschiedenen Wege, die im Interesse einer speziellen Realisierung eingeschlagen werden.

Dieses Programm einer Grundlegung der Realwissenschaften kann hier selbstverständlich keine Durchführung erfahren. Seine Aufstellung soll uns nur dafür den Blick öffnen, daß die Erkenntnistheorie hier ein weites und nur wenig bebautes Feld der Arbeit vorfindet, auf dem sich die beste Gelegenheit zur Verständigung zwischen der Philosophie und den Einzelwissenschaften bietet. Es ist an der Zeit, die Aufgabe der Wissenschaft nicht durch die Mathematik schlechthin typisch ausgeprägt zu finden und das Ziel aller Realwissenschaften in schlichter Anerkennung seiner prinzipiellen Berechtigung systematisch zu entwickeln und abzuleiten. Hier liegt keine bloße Beschreibung von Bewußtseinstatsachen vor, hier werden ebensowenig reine Gedanken, mögen sie auf Abstraktion oder Kombination aus der Erfahrung beruhen oder sonstige Produkte einer gestaltenden Logik sein, in ihrer Gesetzmäßigkeit behandelt. Hier haben wir es vielmehr mit Gegenständen zu tun, deren Erkenntnis aus der Erfahrung und dem Denken gewonnen wird und die daher in einer eigentümlichen Doppelbeziehung zu diesen beiden Quellen unserer wissenschaftlichen Einsicht stehen. Mit Faktoren a priori, mit reinen Anschauungen und Verstandesformen konnte Kant für die Lehre von der Möglichkeit einer Mathematik und Mechanik ausreichen. Das Problem der Realität aber ist nur unter ausdrücklicher Berücksichtigung des a posteriori Gegebenen, der Bewußtseinstatsachen, der Wahrnehmungsinhalte zu lösen. Mit einigen wenigen Andeutungen über die darin liegenden besonderen Schwierigkeiten und deren Überwindung muß ich mich hier begnügen. Ich möchte zeigen, wie innerhalb gewisser Grenzen eine Setzung und Bestimmung von Realem möglich ist, also mich auf den Umkreis der durch die zweite und vierte Frage bezeichneten Aufgaben, so weit sie zur Naturwissenschaft in Beziehung stehen, beschränken.

Alle Erfahrung enthält, wie uns schon Kant gelehrt hat, zweierlei: Faktoren, die von uns unabhängig sind, die sich uns aufdrängen, als ein Gegebenes, Vorgefundenes schlechthin zu gelten haben, und daneben, von ihnen nur in abstracto trennbar, Zutaten unser selbst, mögen sie nun zufällige Auffassungsweisen oder Gesetzmäßigkeiten unserer Organisation sein. Die Aufgabe aller Realisierung besteht nun im allgemeinen darin, diese beiden Faktoren voneinander zu sondern und das von uns Unabhängige in seiner Eigentümlichkeit zu erkennen. So verfährt bereits der naive Realismus, dem wir alle innerhalb gewisser Grenzen praktisch huldigen. Als unabhängig gilt dabei, was unser Wille nicht hervorgebracht hat und nicht zu ändern vermag. Aber das Prinzip der Subjektivität der Sinnesqualitäten, das sich der Naturforschung in der neueren Zeit unabweislich aufdrängte und durch das Gesetz der spezifischen Sinnesenergie seine positive Ergänzung fand, hat die von unserem Willen unabhängigen Empfindungen trotzdem von „uns“ abhängig und damit unfähig erscheinen lassen, Bestandteile oder Eigenschaften der Naturobjekte zu sein.

Dadurch bildete sich ein neues Kriterium der Realität aus. Die Unabhängigkeit von dem ganzen erfahrenden Subjekt ist das Merkmal der objektiven Welt des Naturforschers geworden. Eine solche Unabhängigkeit aber ließ sich nur an abstrakten Gegebenheiten der Erfahrung feststellen. Veränderungen räumlicher und zeitlicher Art, das Kommen und Gehen der Sinnesinhalte, ihr längeres oder kürzeres Verweilen, ihre Koexistenz und Sukzession, ihre

Konfiguration und Ordnung weisen zweifellos eine von uns unabhängig bestehende Gesetzlichkeit auf. Dabei sind aber diese abstrakten Beziehungen zwischen Inhalten gegeben, die als solche ebenso sicher von unserer Organisation abhängen. Das Material, so können wir auch sagen, an welchem wir jene selbständige, von uns nicht erzeugte Gesetzlichkeit entdecken, ist durch unsere Organe bedingt. Suchen wir nach einem Analogon für diese Sachlage in der Naturwissenschaft selbst, so werden wir hier den Begriff von erzwungenen Bewegungen am ehesten anwendbar finden. Auch hier ist der Vorgang, die Veränderung, welche sich an einem Gegenstande vollzieht, durch diesen selbst nicht hervorgebracht, er ist daran unschuldig; das Geschehen wird ihm aufgenötigt.

So ist die reale Welt des Naturforschers zunächst ein abstraktes Geschehen, eine Veränderung ohne Veränderliches, eine Bewegung ohne Bewegliches, eine Beziehung ohne Beziehungsglieder. Als solche ragt und wirkt sie unmittelbar in unsere Bewußtseinswirklichkeit hinein, als solche kann sie beobachtet, berechnet, gemessen werden. Und dieses Geschehen wird von Gesetzen durchwaltet, von virtuellen Abhängigkeiten, die sich mit und ohne unser Wissen zur Geltung bringen und auf unser Zutun gar nicht angewiesen sind. Seine Träger im Bewußtsein jedoch, das bunte Heer unserer Sinneseindrücke, machen das ihnen aufgezwungene Verhalten mit, sie müssen es, wie es vom Heidenröslein heißt, „eben leiden".

Ist Realisierung die Setzung und Bestimmung von Gegenständen, die von uns unabhängig bestehen, so muß Erfahrung und Denken an ihr beteiligt sein. Denn ob es solche Gegenstände gibt, darüber kann nur die Erfahrung einen Aufschluß gewähren, und die Abstraktion von allen Subjektivitäten, mit denen unsere Bewußtseinstatsachen reichlich erfüllt sind, kann nur vom Denken geleistet werden. Darum gibt es keine rein rationalen und ebensowenig rein empirische Kriterien der Realität. Jene gelten für alle gedachten, nicht bloß für die realen Objekte, und Erfahrung ist in keinem ihrer für sich gegebenen Bestandteile etwas schlechthin Reales. Wenn man daher die Widerspruchslosigkeit oder den logischen Gegensatz oder das Prinzip des zureichenden Grundes als rationale Kriterien der Realität hat verwerten wollen, so ist man stets hinter seiner Aufgabe zurückgeblieben. Eine Unterscheidung von idealen und realen Objekten ist auf dem Boden des reinen Denkens, des a priori nicht vollziehbar. Das bloße Denken bestimmt nichts über seinen Inhalt, abgesehen von der allgemeinen, auch für alle Fiktionen geltenden Festsetzung, daß das Gedachte denkbar, daß es denkmöglich sein müsse.

Aber auch die Erfahrung, für sich allein genommen, ist dem Naturforscher weder in ihrer Totalität noch in einzelnen Abschnitten gleichbedeutend mit dem Realen. Man braucht dabei nicht einmal an die Materie oder die Energie, an Elektronen und Moleküle zu denken, auch die empirischen Gesetzmäßigkeiten der Naturwissenschaft, wie die des freien Falls oder die der magnetischen und elektrischen Erscheinungen, sind keine Beziehungen zwischen Sinnesinhalten, obwohl sie an ihnen und mit Hilfe der Beobachtung von ihnen ermittelt und demonstriert werden. Sinneseindrücke fallen nicht, ziehen sich nicht an und stoßen sich nicht ab, Sinnesinhalte haben keine meilenweiten Abstände und keine Lichtgeschwindigkeit, sie atmen und wachsen nicht und scheiden keine Flüssigkeiten aus, sie lassen sich keinem periodischen System von Atomgewichten einfügen und sich auf keine Kristallform zurückführen. Darum sind rein empirische Gründe für die Setzung und Bestimmung der Realitäten keine genügende Rechtfertigung derselben. Die besondere Stärke gewisser Empfindungen, der Unterschied zwischen der Wahrnehmung und der Vorstellung, die Tatsache der äußeren Wahrnehmung und manche andere für eine Lösung des Problems der Außenwelt angegebenen Erfahrungsgrundlagen reichen nicht aus, um den Realismus der Naturwissenschaft zu erklären, so sicher es ist, daß Sinneswahrnehmungen einen notwendigen Anteil daran haben. Bestimmte Erfahrungen als solche weisen nicht über sich hinaus, auf eine von ihnen verschiedene Außenwelt hin. Sie sind ein in sich Vollendetes und Abgeschlossenes, einer unmittelbaren Verwertung für realistische Bestimmungen weder fähig noch bedürftig.

Nur als ein Produkt von Erfahrung und Denken, von Wirklichkeit des Bewußtseins und vernunftgemäßer Erwägung, von Sinneseindruck und Verstandestätigkeit läßt sich der Realismus der Naturwissenschaft begreifen. Was Kant allgemein erklärte: „Gedanken ohne Inhalt sind leer, Anschauungen ohne Begriffe sind blind . . ., nur daraus, daß sie sich vereinigen, kann Erkenntnis entspringen", gilt hier sicherlich in dem Sinne, daß ein Realismus nur aus dem Zusammenwirken von empirischen und rationalen Momenten hervorzugehen vermag. Dieser Einsicht sind denn auch solche Bestimmungen zu verdanken, die in der Außenwelt eine Ursache unserer Wahrnehmung oder den einheitlichen Beziehungsgegenstand für die Sinnesempfindungen vieler Personen oder die Trägerin der fremdgesetz-

lichen Beziehungen innerhalb unserer Sinneseindrücke erblickt haben. Denn in allen diesen Kriterien sind empirische und rationale Faktoren regelmäßig miteinander verbunden.

Das Problem der Außenwelt läßt sich im Anschluß an das letzte der hier genannten gemischten Kriterien unter Verwendung der bereits erwähnten physikalischen Analogie so formulieren: wie muß dasjenige beschaffen sein, das die von uns unabhängigen Beziehungen zwischen den Sinnesqualitäten entstehen läßt? Voraussetzung ist dabei, daß diese Beziehungen selbst zugleich jener Welt angehören, daß also das aufgenötigte Geschehen in unserer Erfahrung demjenigen entspricht, welches diese Nötigung ausübt. Durch diese Einschränkung wird der Untersuchung eine bestimmte Richtung zugewiesen und der Begriff der erzwungenen Bewegung genauer determiniert.

Von hier aus eröffnet sich für uns das Verständnis für den Wirklichkeitsstandpunkt, der bei den Empfindungen und ihren Beziehungen stehen bleibt, ohne den von uns unabhängigen Formen derselben reale Gegenstände zugrunde zu legen. Er lehnt eben die Frage nach dem ab, was den Wahrnehmungsinhalten diese Beziehungen aufgenötigt hat. Ebenso begreifen wir den naiven Realismus als den Standpunkt, der die Sinneseindrücke vergegenständlicht und die objektiven Träger der genannten Beziehungen von ihnen qualitativ nicht unterscheidet. Der kritische Realismus der Naturwissenschaft dagegen sondert die von uns abhängigen, den Empfindungen primär zukommenden und die von uns unabhängigen, den Empfindungen aufgenötigten Beziehungen und versucht die Gedankendinge, denen die letzteren ursprünglich zuzusprechen sind, als Körper, als materielle Objekte, näher zu bestimmen. Er setzt, mit anderen Worten, primäre Beziehungsglieder an die Stelle der sekundären, die uns in Tönen oder Farben, Drücken oder Gestalten, gegeben sind. Dazu wird er vor allem durch die Tatsache genötigt, daß die von uns unabhängigen Beziehungen weder an bestimmte, gleichartige Sinnesinhalte, noch an bestimmte Personen gebunden sind, an oder in denen sie auftreten, daß sie also auch dann vorkommen, wenn die Bewußtseinszusammenhänge und die Empfindungen wechseln, an denen sie erlebt werden. Dann müssen sie offenbar bestehen können, auch ohne daß Sinnesinhalte ihre scheinbaren Träger bilden, d. h. sie müssen von diesen verschiedene Beziehungsglieder haben.

Das ist der Weg, der von der Bewußtseinswirklichkeit aus zur realen Natur, zur Setzung der Außenwelt führt. Die Schwierigkeiten, mit denen hier schon der allgemeine Realismus zu kämpfen hat, liegen in der Feststellung der von uns unabhängigen Beziehungen der Sinnesinhalte zueinander, in der Herauslösung dieser abstrakten Tatbestände aus dem konkreten Zusammenhange unseres Bewußtseins und seinen mannigfachen subjektiven Einschlüssen. Ein Heer von Beobachtungsfehlern droht hier irre zu führen. Jede Entdeckung einer neuen Gesetzmäßigkeit wird dem Mechanismus der Subjektivität förmlich abgerungen. Die Entwicklung der Forschungsmethoden ist der Fortschritt in der Beherrschung unserer Wahrnehmungsleistungen und in der Verfeinerung und Erweiterung unserer Verwertung derselben. Da von der Erkenntnis der Naturgesetze auch die ihrer Träger abhängt, muß jene so genau und sicher und vollständig wie möglich werden, damit sich die Grundlage für unsere Bestimmung der Naturobjekte zuverlässig und umfassend gestalte.

Die Empfindungen vertreten nach der hier angedeuteten Begründung des Realismus die Stelle von primären Beziehungsgliedern, von Körpern. In diesem Sinne war es berechtigt, wenn Helmholtz sie als die Zeichen ansah, die auf Reales hinweisen. Jedenfalls liegt in einer solchen Auffassung ein besseres Verständnis für das Prinzip des naturwissenschaftlichen Realismus, als in der seit Schopenhauer mehrfach bevorzugten Lehre, daß die Außenwelt Ursache unserer Empfindungen sei. Dadurch wird meines Erachtens das eigentliche Motiv des naturwissenschaftlichen Realismus verkannt und der Anschein erweckt, als wenn sich aus den subjektiven Wirkungen auf die Beschaffenheit der objektiven Ursachen schließen ließe. Gibt es einen Zugang zur Naturrealität, so kann er nur von den fremdgesetzlichen Beziehungen der Wahrnehmungsinhalte aus gefunden werden. Nur bei dieser Auffassung kann man es auch ungezwungen begreifen und zulassen, daß in der Naturwissenschaft die Empfindungen unbedenklich in die Träger jener Beziehungen aufgenommen werden, wo sie zu einer bequemeren und vollständigeren Charakteristik der realen Objekte dienen können. So werden Geschmacks- und Geruchsqualitäten neben den Farben- und Schalleindrücken zur Schilderung der Mineralien, der chemischen Stoffe, der Pflanzen und Tierarten benutzt, ein Verfahren, welches der anerkannten Gewohnheit entspricht, die zugänglichen Zeichen für das weniger bekannte und weniger leicht feststellbare Bezeichnete zu substituieren, dagegen bei dem Verhältnis von Ursache und Wirkung schwerlich zu rechtfertigen wäre.

Der Nachweis der fremdgesetzlichen Beziehungen unserer Empfindungen ist an eine gewisse Erkenntnis der subjektiven Bedingungen

ihrer Erscheinungsweise im Bewußtsein gebunden. Bekanntlich ist es z. B. für eine optische Beobachtung nicht gleichgültig, in welcher Entfernung sich der Beobachter von dem Objekte befindet, ob dieses sich zentral oder peripherisch auf der Netzhaut abbildet, ob monokular oder binokular gesehen wird, ob die Aufmerksamkeit und Einstellung diese oder jene Richtung haben, ob wissentlich oder unwissentlich verfahren wird u. dgl. mehr. Soll man daher verschiedene Tatbestände unter gleichen subjektiven Bedingungen und gleiche Tatbestände unter verschiedenen subjektiven Bedingungen feststellen und damit die Voraussetzungen für die Realisierung innerhalb der Bewußtseinserscheinungen selbst erfüllen können, so muß man bereits ein Wissen um die mannigfachen subjektiven Bedingungen mitbringen. Um zu entscheiden, welche von ihnen für einen bestimmten Zweck relevant oder irrelevant sind, muß man mit ihren Einflüssen vertraut sein. Dasselbe gilt für die Anwendung von Instrumenten, die zur Verfeinerung der Beobachtung angewandt werden. So entsteht eine rege Wechselwirkung realistischer Bestimmungen. Physik, Physiologie und Psychologie unterstützen sich, wie besonders Helmholtz und Mach hervorgehoben haben, bei der Naturerkenntnis. Jede einzelne Realisierung bringt viele andere ins Spiel und nur in der Gemeinsamkeit der Arbeit wird ein wesentlicher Fortschritt und eine wachsende Sicherheit der Bestimmung möglich.

Dieser Zusammenhang der Realisierungen, über den nur die entwickelte Realwissenschaft verfügt, bildet auch die Grundlage für zahlreiche Schlüsse, die unsere Lösung neuer Probleme erleichtern. Bei einer experimentellen Untersuchung besteht vielfach die beste Arbeit in der sorgfältigen Antizipation der Möglichkeiten und in der genauen Begrenzung des zu erreichenden Zieles, und diese Präliminarien gründen sich auf Schlüsse aus den bisher erworbenen Kenntnissen. Ferner wird von der Analogie und der Induktion ein häufiger und bekannter Gebrauch gemacht, um mit Hilfe bereits gewonnener Einsicht auch in neuen Fällen die Realisierung durchzuführen. Darum gehört die Theorie solcher Schlüsse und die Angabe der Bedingungen, unter denen sie stehen, zur erkenntnistheoretischen Grundlegung der Realwissenschaften. Auch die häufig vorkommende Beziehung von Empfindungen auf ihnen entsprechende reale Objekte ist nicht etwa ein unmittelbarer Schluß von der Wirkung auf die Ursache, der uns zu keiner bestimmten Ansicht über das Wesen der Objekte führen könnte, sondern vielmehr ein auf schon bestehendes Wissen um solche Zusammenhänge und Gegenstände sich stützendes Schlußverfahren. Je größer unser Besitz an realwissenschaftlichen Kenntnissen ist, um so größer ist die Rolle, die derartige Schlüsse bei der Forschung spielen. Aber da sie bereits vollzogene Realisierungen voraussetzen, so wollen wir uns bei ihnen nicht aufhalten.

Eine ganz andere Methode der Realisierung ergibt sich, wenn von den realen Beziehungen aus die primären Glieder bestimmt werden sollen, die durch Empfindungen in unserem Bewußtsein vertreten werden. Dieser, logisch betrachtet, nicht zu umgehende Versuch, die erzwungenen Relationen der Sinnesinhalte auf die erzwingenden Faktoren zurückzuführen, hat bei den Konszientialisten und Phänomenalisten den meisten Anstoß erregt. Die letzteren geben zwar zu, daß man solche Faktoren annehmen müsse oder dürfe, aber bestreiten jede Bestimmbarkeit ihres Wesens. Ihre Existenz kann behauptet, über ihre Essenz aber nichts ausgesagt werden. Die Naturwissenschaften haben sich dadurch nicht beirren lassen, sondern bilden nach wie vor ein System des realen Geschehens aus, in dem die Träger dieses Geschehens als materielle Substanzen irgendwelcher Art eine bedeutende Rolle spielen. Das dabei maßgebende Prinzip dürfte so zu formulieren sein: Die Naturobjekte sind als Träger der realen Bedingungen diesen adäquat zu denken, d. h. sie müssen fähig und geeignet sein, alle diejenigen Prozesse auszuführen oder zu erleiden, als deren Substrate sie zu gelten haben. Darum ist der Körper als das Bewegliche bezeichnet, darum sind ihm anziehende und abstoßende Kräfte, Valenzen, Widerstände, Energien, Potentiale usf. beigelegt worden. Alle diese Eigenschaften sind nur Fähigkeiten zur Leistung des realen Geschehens, und die Natursubstanzen sind die Inbegriffe der Vermögen, die an sie geknüpften realen Beziehungen, Zustände und Veränderungen stattfinden zu lassen. Das in unserer Erfahrung allein unmittelbar zugängliche Geschehen ist hiernach ein unselbständiges Reales und bedarf der Beziehung auf ein selbständiges. Die Naturobjekte können darum auch als die Existenzbedingungen für die realisierten Beziehungen, die aufgenötigten Veränderungen in der Bewußtseinswirklichkeit, angesehen werden. Das ist es, was mir meinen, wenn wir sie als deren Träger bezeichnen.

Nun bleibt freilich ein Spielraum für die Bestimmung dieser Träger, wenn und sofern wir sie lediglich auf Grund der von ihnen zu tragenden Vorgänge charakterisieren. Damit der Körper befähigt ist, Bewegungen auszuführen, braucht er nur räumlich-zeitliche Merkmale zu haben. Man kann sich unschwer ver-

gegenwärtigen, was alles dieser Bedingung zu genügen vermag. Dieser Spielraum kann zweifellos durch Hinzuziehung anderer Vorgänge, die auf den gleichen Träger zurückzuführen sind, verengert werden. Die Geschichte der Wissenschaft lehrt, daß der Kreis der Möglichkeiten nicht derselbe bleibt oder gar größer wird, sondern daß er sich zusehends verkleinert. Auch hat man durch Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen ein wertvolles Hilfsmittel gefunden, um innerhalb der gegebenen Spielräume noch eine Entscheidung treffen zu können. Freilich wäre eine volle Erkenntnis naturgemäß nur dann zu erwarten, wenn alle Fähigkeiten der Objekte angebbar, wenn somit alle realen Veränderungen bekannt und mit zugehörigen Existenzbedingungen in Verbindung gebracht wären. Es versteht sich hiernach von selbst, daß das Ziel der Realisierung in der Unendlichkeit liegt und daß eine eindeutige Bestimmtheit unseren Konzeptionen von körperlichen Substanzen noch fehlt. Hieraus vornehmlich leitet die Metaphysik das Recht ab, eine einheitliche und geschlossene Anschauung durch Ergänzung des naturwissenschaftlichen Weltbildes auszubauen. Die Forderung einer vollkommenen Verträglichkeit der hinzugefügten mit den sichergestellten Merkmalen, eine Forderung, die an solche metaphysische Spekulationen gestellt werden muß, wenn anders sie nicht bloße Phantasien bleiben sollen, ist bekanntlich nicht immer erfüllt worden.

Aber auch wenn wir sämtliche in unserer Erfahrung möglichen realen Beziehungen mit adäquaten Trägern verknüpft hätten, auch dann noch müßte ein gewisser Spielraum für deren Bestimmung zugestanden werden. Denn es kann unleugbar unselbständiges Reales geben, für das unsere sinnlichen Aufnahmebedingungen nicht eingerichtet sind, und von dem wir daher nichts erfahren. Das ist keine leere Vermutung, wenn man bedenkt, daß es extensiv und intensiv Grenzen gibt, innerhalb deren unsere Sinne, auch die bewaffneten, uns über die Naturvorgänge unterrichten können. Außerdem bleibt auch, abgesehen von dieser Möglichkeit, daß die Welt reicher ist als unsere Erfahrung, ein Spielraum für die Bestimmung der Naturobjekte bestehen. Der Inbegriff der Existenzbedingungen ist durch die Gesamtheit empirischer Fähigkeiten niemals hinreichend charakterisiert. Wir brauchen nur auf die atomistisch-mechanische, die energetische und andere naturwissenschaftliche und metaphysische Theorien hinzuweisen, um die historische Richtigkeit dieser Behauptung darzutun. Die Existenzbedingungen für unselbständiges Reales sind keine ausreichenden Wesensbedingungen und so kann die Frage nach der eigentlichen Natur der Träger auch bei erschöpfender Kenntnis des an sie gebundenen Geschehens niemals wissenschaftlich eindeutig beantwortet werden. Es ist somit auch bei unserem Standpunkt des kritischen Realismus dafür gesorgt, daß die Bäume nicht in den Himmel wachsen.

Doch braucht man deshalb den Realismus gewiß nicht überhaupt aufzugeben. Denn der übrigbleibende Spielraum ist ja nicht so groß, daß alles mögliche, ohne Unterschied der Leistungsfähigkeit, genügen könnte, den Träger für eine Gruppe von realisierten Tatbeständen abzugeben. Wenn wir z. B. vom Gold sagen, daß es geeignet sein muß, in einer Anzahl von regulären Formen zu kristallisieren, keine merkliche Spaltbarkeit zu besitzen, eine bestimmte Härte und ein bestimmtes Atomgewicht zu haben, mit Kupfer, Eisen, Silber verbunden vorzukommen, äußerst dehnbar und geschmeidig zu sein usf., so wird es durch die Gesamtheit dieser Angaben immerhin sehr eingeschränkt. Und der Streit zwischen den Theorien der Naturerscheinungen, der die Geschichte der Wissenschaft durchzieht, ist nicht ewig, nicht hoffnungslos. Die Undulationstheorie des Lichtes hat die Emissionstheorie überwunden, das kopernikanische Weltsystem hat sich gegenüber dem ptolemäischen durchgesetzt, die Möglichkeit einer Urzeugung hat Pasteur abweisen können, die Theorie der Nervenerregung von Du Bois-Reymond gilt als widerlegt. Nur eine prinzipiell unlösbare Antinomie wäre eine Gefahr oder nutzlose Spielerei, aber solche Antinomien sind in der Naturwissenschaft immer mehr zurückgedrängt worden, je weiter sie sich entwickelt und je mehr sie sich befestigt hat. Ein tatsächlicher Fortschritt ist gerade in der Bestimmung auch der realen Gegenstände zweifellos ersichtlich, nicht nur im Sinne wachsender Mannigfaltigkeit der Erkenntnis, sondern auch in der Richtung auf Vollständigkeit und Eindeutigkeit, auf Richtigkeit und Genauigkeit. Die Atomistik des Demokrit war nicht viel mehr als ein glücklicher Einfall, die heutige Atomistik ist ein kompliziertes und wohlgefügtes System von Gedankendingen. Das alte Prinzip von der Erhaltung des Stoffes war ein Grundsatz a priori ungefähr des Inhalts: aus nichts wird nichts. Das moderne Prinzip dieses Namens ist ein Grundgesetz der Naturwissenschaft von der größten Tragweite. Die Beziehungen zwischen Leib und Seele wurden noch von Herbart sehr obenhin und dürftig erörtert, und heute haben wir eine ganze Wissenschaft von ihnen, die Psychophysik. So ist unsere Einsicht in das Wesen der realen Objekte extensiv und intensiv auf allen Gebieten gewachsen.

Auch durch das Prinzip der Subjektivität

der Sinnesqualitäten ist, wie die Geschichte lehrt, der naturwissenschaftliche Realismus keineswegs unmöglich geworden. Physik und Chemie, Anatomie und Physiologie, Entwicklungsgeschichte und Geologie lassen sich durch jenes Prinzip nicht daran hindern, im Geiste eines solchen Realismus ihre Forschungen zu betreiben und zu deuten. Gewiß besteht für diese Anschauung die schwierige Aufgabe, nur das zur Bestimmung der Naturgegenstände zu verwenden, was von dem erfahrenden Subjekt unabhängig bestehend gedacht werden kann. Aber die Atomistik, die Energetik, die geologischen und astronomischen Angaben über den Bau der Erde und der Gestirne, die biologischen Forschungen über die Entwicklung der Lebewesen, die morphologischen Untersuchungen über das Gefüge der Pflanzen, Tiere und Menschen usw. zeigen, daß trotz des Verzichts auf die Sinnesqualitäten ein stattlicher Realismus durchführbar bleibt.

Eine anschauliche Vorstellung der Außenwelt im Sinne einer treuen Abbildung der Realität ist freilich für den kritischen Naturforscher unmöglich geworden. Aber Logik und Mathematik haben uns längst darüber aufgeklärt, daß die Gegenstände der wissenschaftlichen Untersuchung nicht in der Vorstellung gegeben zu sein brauchen, daß wir von anschaulichen Beigaben zu abstrahieren vermögen und trotzdem in den für die Realisierung unverwendbaren sinnlichen Hilfsmitteln einen brauchbaren Hinweis auf die allein gemeinten Begriffe oder Objekte zur Verfügung haben. Durchweg haben wir es bei den Bestimmungen über Art und Verhalten der Gedankendinge mit unanschaulichen, von den Zufälligkeiten unserer Wahrnehmung und Vorstellung befreiten Merkmalen zu tun.

Es ist im letzten Grunde das Vorurteil einer in der Fülle der Anschauung schwelgenden Zeit, wenn die Gedankendinge der Realwissenschaften ein ärmliches Schema oder gar ein bloßes X zu sein scheinen. Wie wir uns in der Psychologie gegenwärtig von dem Sensualismus befreien, der die Welt unserer Gedanken in bloße Empfindungen und Vorstellungen aufzulösen versuchte und alle unanschaulichen Bewußtseinsinhalte einfach für nicht vorhanden oder für erfunden erklärte, so sollte auch in der Erkenntnistheorie mit dem Dogma gebrochen werden, daß bloße Gedankendinge ein Nichts oder eine unüberschreitbare Grenze der Erkenntnis bedeuten. Wir brauchen dazu nur das Verfahren und die Ergebnisse der Realwissenschaften ins Auge zu fassen und unbefangen zu würdigen. Dann dürfte sich zeigen, daß sich ein echter Realismus in ihnen allenthalben entfaltet, und daß hier eine große Mannigfaltigkeit von Realisierungen ausgeübt wird, die die phänomenalistischen Schranken rücksichtslos durchbrechen.

Es ist in neuester Zeit vom Pragmatismus viel die Rede. Alle Wahrheit steht nach dieser den Utilitätsstandpunkt von der Moral auf die Wissenschaft übertragenden Lehre unter dem Zeichen des Vorteils. An ihren Früchten soll sie erkannt werden. Brauchbarkeit für das Leben, für die Ökonomie der Wissenschaft ist das Kriterium wahrer Behauptungen. Auch an diesem, gewiß nicht zureichenden Maßstab gemessen, verdient der Realismus alle Anerkennung. Denn er ist zweifellos eine treibende Kraft, ein Anstoß zur Weiterführung von empirischen und theoretischen Untersuchungen gewesen. Er hat sich weit fruchtbarer in der Geschichte der Wissenschaft gezeigt und bewährt, als konszientialistische und phänomenalistische Formulierungen. Wenn es nur auf mathematisch-deduktive Fassung, auf ökonomischen Ausdruck, auf aprioristische Systematik in den Erfahrungswissenschaften ankäme, so würden wir mit dem jeweils erreichten Wissen uns ohne Frage viel leichter zufrieden geben. Darum konnte die klassische Mechanik eines Newton solange unangefochten bleiben, darum der stolze Bau der Hegelschen Dialektik ihm und seinen Anhängern als das Ende aller eigentlichen Wissenschaft erscheinen. Ist man aber davon durchdrungen, daß wir nicht unsere Empfindungen und Begriffe zu ordnen, keine bloß interne Arbeit zu verrichten, sondern Reales zu erkennen, in eine uns fremde Welt einzudringen haben, dann wird die Forschung unvollendbar, ihr Ziel in die Unendlichkeit gerückt und alle wissenschaftliche Arbeit zu einer Annäherung an dieses Ziel erhoben. Im Grunde hatte ja auch Hegel mit seiner Gleichung zwischen Denken und Sein, Begriff und Wesen, Vernunft und Wirklichkeit das Programm der Realwissenschaften in prägnanter Form ausgesprochen. Wenn Hertz in seiner Mechanik erklärt, wir müßten darnach streben, daß nicht nur unsere Voraussetzungen, sondern auch die Konsequenzen aus ihnen mit der Erfahrung, d. h. natürlich mit den realisierten Tatbeständen, übereinstimmen, oder wenn andere finden, daß die erfolgreiche Voraussage eines realen Geschehens erst die Probe auf das wissenschaftliche Exempel bedeute, so haben sie nur der großen Idee Hegels eine bestimmtere Anwendung gegeben. Verhängnisvoll für das Hegelsche System ist nur die Methode gewesen, auf die es gebaut ist. Mit einem dialektischen Schema läßt sich zwar im reinen Reiche der

Gedanken mancherlei gestalten, aber die fremdgesetzlichen Beziehungen in unserer Erfahrung sind durch solche einfache Formeln niemals erschöpfend einzufangen.

Damit ist zugleich auf eine Gefahr hingewiesen, vor der man sich als Realist zu hüten hat. Man darf die Erkenntnis nicht mit der Realität, unsere Gedankendinge nicht mit den Naturobjekten selbst verwechseln. Aber man braucht nicht Phänomenalist zu werden, um dieser Gefahr auszuweichen. Solche Fehler sind mit dem Realismus nicht notwendig verbunden. Sie haben den vorsichtigen Naturforscher nach dem Vorgange von Hertz dazu geführt, von Modellen oder Bildern zu reden, um die gedachten Realitäten von den unabhängig von unserem Denken bestehenden zu unterscheiden. Aber schon in diesem Ausdruck liegt der Hinweis auf eine Ähnlichkeit und eine Vervollkommnungsfähigkeit. Diese Bilder sind keine Kunstwerke, die ihren Wert unveränderlich in sich selbst tragen, sondern sie dürfen und sollen nach Maßgabe der fortschreitenden Untersuchung retuschiert werden. Mögen daher unsere Bemühungen um eine Erkenntnis des Realen nur Schritte, oft recht kleine, langsame, zuweilen auch irregehende Schritte sein, wir kommen dem Ziele doch näher und können das bisher erreichte Wissen als verheißungsvolle und ermutigende Leistung betrachten. Wenn man aus dem Stück einer Kurve auf ihren ganzen Verlauf schließen darf, so haben wir gerade in unserer, an Entdeckungen und prinzipiellen Erweiterungen des Weltbildes so erstaunlich reichen Zeit allen Grund, von einem Fortschritt in der Bestimmung der Naturrealitäten zu reden.

Nichts ist heute bequemer und zugleich unfruchtbarer, als das große Wort von der Welt als unserer Vorstellung gelassen auszusprechen. Ursprünglich aus wirklicher Einsicht in die Abhängigkeit aller Erkenntnis von dem erkennenden Subjekt geboren, ein neuer Blick in das Gefüge der Wissenschaft, eine Warnung vor dogmatischen Vorurteilen und metaphysischen Voreiligkeiten, ist es allmählich selbst zu einer dogmatischen Phrase geworden, zu einer Gefahr für den forschenden Geist, für die Naivität der wissenschaftlichen Arbeit. Kopernikus und Galilei, Kepler und Newton hatten wahrlich nicht mit Vorstellungen zu rechnen geglaubt, als sie die Grundzüge einer Mechanik des Himmels und der Erde entwarfen. Schleiden und Schwann waren ebensowenig der Meinung gewesen, ein kleines Stück Vorstellung bestimmt zu haben, als sie die Zelle für das Element aller Organismen erklärten. Und Röntgen war sicherlich von der Ansicht weit entfernt, daß er neue Vorstellungen entdeckt habe, als er die nach ihm benannten Strahlen auffand. Aber was brauchte man sich als Naturphilosoph, als Erkenntnistheoretiker um die Auffassung solcher Empiriker zu kümmern! Dazu war ja die Philosophie da, um alles umzudenken und den tieferen Sinn solcher wissenschaftlichen Ergebnisse bloßzulegen. Und so wurde der Konszientialismus und allenfalls noch der Phänomenalismus zur einzig standesgemäßen Erkenntnistheorie der Naturforschung. Empfindungen als elementare Bewußtseinsinhalte, Begriffe, die sich ihnen nach dem Prinzip der Ökonomie des Denkens anzupassen hatten, und dazu vielleicht ein unerforschliches und darum für die Wissenschaft ganz indifferentes Ding an sich — damit glaubten gewisse Erkenntnistheoretiker den Realwissenschaften gerecht werden zu können. Es gibt kaum etwas Unerquicklicheres als die verklausulierte Darstellung derjenigen Naturforscher, die im Sinne dieser Erkenntnistheorie fortwährend versichern, daß sie mit der Wahl realistischer Ausdrücke selbstverständlich keine realistischen Ansichten verbinden wollen. Sie tragen eine ihrem Gebiete fremde Auffassung in die Darstellung desselben hinein und vergessen, daß Vorsicht nicht nur die Mutter der Weisheit, sondern auch der Untätigkeit ist. Nur wer an die Bestimmbarkeit einer realen Natur glaubt, wird seine Kräfte an deren Erkenntnis setzen. Es ist das Wahrzeichen eines verstiegenen Idealisten, daß er den Weg zur Wirklichkeit nicht findet und daß sein Reden und Tun entzweit ist. So betonen jene Erkenntnistheoretiker beständig, daß sie sich nur an das Bewußtsein halten, und können doch keine Naturgesetze in den Terminis ihrer Lehre formulieren. Sie lösen die ganze Natur in Eindrücke der Sinne, in Zahlen und Begriffe auf und finden sich bei jedem Schritt in eine von Sinneswahrnehmung und Verstandestätigkeit unabhängig bestehende Welt hineingestellt. So wandeln sie in unaufhörlichem Selbstwiderspruch dahin und hemmen durch vornehme erkenntnistheoretische Floskeln die gesunden und starken Triebe realistischer Setzung und Bestimmung. Die vielgeschmähten Metaphysiker konnten jedenfalls nicht hochmütiger auf die im Erdenstaube wühlenden Empiriker herabsehen, als diese gestrengen Herren unter den Naturforschern auf das erkenntnistheoretisch unbelehrte Geschlecht ihrer Zunftgenossen blicken.

Es dürfte an der Zeit sein, sich auf die eigentliche Aufgabe der Erkenntnistheorie zu besinnen. Der Konszientialismus und Phänomenalismus haben ihre Mission mehr als erfüllt. Sie mahnen und warnen nicht mehr, sondern

haben den Charakter eines lästigen Schlagbaums angenommen. Sie dienen nicht mehr einer im allgemeinen nützlichen Vorsicht und Besonnenheit, sondern sind zu dogmatischen Fesseln umgeschmiedet worden. Sie werden nicht mehr aufgerufen, um die Anmaßung übereilter und phantastischer Realisierung zu dämpfen, sondern sie drohen selbst dem Fortschritt der Erkenntnis zum Hemmschuh zu werden. Angesichts der gewaltigen Errungenschaften, die uns die Naturwissenschaft auf dem Boden eines wagemutigen Realismus gebracht hat, darf die Erkenntnistheorie nicht das Schauspiel einer in sich abgeschlossenen, formalistische Gedanken drehenden und wendenden Disziplin darbieten. Sie ist berufen, die Wissenschaft zu begleiten, nicht aber hinter ihr zurückzubleiben. Sie soll uns den Realismus der Wissenschaft verständlich machen, seine Voraussetzungen und Methoden aufweisen und systematisieren und ihm damit zugleich gewisse Grenzen ziehen, aber sie soll ihn nicht in trivial gewordenen konszientialistischen und phänomenalistischen Grämlichkeiten ersticken. So allein wird sie das große Werk des Königsberger Weisen fortführen und in seinem Geiste eine Wissenschaftstheorie werden.

Voraussetzung für die transzendentale Methode der Erkenntnistheorie ist ja nicht, was irgendein Vertreter seiner Wissenschaft dafür hält, zumal wenn er dabei von einem dieser nicht sowohl entnommenen als vielmehr an sie herangebrachten philosophischen Standpunkt beherrscht ist, sondern was sich in der Wissenschaft selbst als grundlegend erweist. Darum erleichtert es die Arbeit des Erkenntnistheoretikers nicht, wenn er die Reflexionen eines Forschers in seine Untersuchungen hineingetragen findet. Naivität des wissenschaftlichen Betriebs, die reine Hingegebenheit an den Gegenstand, der Versuch, so unmittelbar und zweckmäßig wie möglich seiner Art und seinem Inhalt Ausdruck zu geben — das dürften die günstigsten Bedingungen für eine erfolgreiche Anwendung der transzendentalen Methode sein. Wissenschaft von der Natur und Theorie dieser Wissenschaft ist zweierlei, wie ja auch die künstlerische Produktion und die ästhetische Theorie des Schaffens und Genießens zweierlei ist. Kant hat das Genie als das Talent bezeichnet, welches der Kunst die Regel gibt, und die Ästhetik vor die Aufgabe gestellt, diese Regel aus den Leistungen des Genies zu abstrahieren. Nicht durch Gedanken über seine Kunst, sondern durch seine Werke bereichert und befruchtet das Genie die Ästhetik. Ganz ähnlich dürfte es sich bei der Beziehung zwischen der Naturwissenschaft und der Erkenntnistheorie verhalten. Dem genialen Naturforscher, der uns in das Geheimnis der realen Welt einzuführen weiß, hat der Erkenntnistheoretiker nachzudenken. Wer an dem Wunderbau der Naturwissenschaften tätigen Anteil nimmt, wird darum gut tun, die Darstellung seiner Forschungen von der Anlehnung an eine erkenntnistheoretische Richtung ganz unabhängig zu gestalten. Er darf es der wesentlich verschiedenen philosophischen Arbeit überlassen, seine Leistung zu verstehen und erkenntnistheoretisch zu würdigen. In diesem Sinne ist eine friedliche und zweckmäßige Verteilung der Aufgaben und Arbeiten möglich. Dort ist die Natur der Gegenstand, hier die Wissenschaft von ihr; Erkenntnis wird dort geschaffen, hier bloß begriffen.

Aus den Sitzungen der Sektion für Physik und Instrumentenkunde:

Gustav Mie (Greifswald), Eine bequeme Methode zur Erzeugung ganz schwach gedämpfter elektrischer Schwingungen von kleiner Wellenlänge.

Es ist vorauszusehen, daß die kurzen elektrischen Wellen von der Wellenlänge einiger Dezimeter an abwärts für wissenschaftliche Untersuchungen noch eine große Bedeutung gewinnen werden. Wenn man beispielsweise eine Überschlagsrechnung über die Trägheit der elektrolytischen Ionen anstellt, so findet man, daß sie gerade in diesem Bereich kurzer elektrischer Wellen merkbar werden muß. Hier müssen demnach die Eigenschaften der Elektrolyte allmählich von denen der elektrischen Leiter in die der Isolatoren übergehen, welche sie im optischen Teile des Wellenspektrums zeigen. Für die metallischen Leiter, deren Ionen die etwa hunderttausendmal leichteren Elektronen sind, beginnt bekanntlich nach Hagen und Rubens der entsprechende Wellenbereich erst unter 10 μ und reicht dann durch das ganze sichtbare Spektrum hindurch bis ins Ultraviolett hinein. Überhaupt wird der Einfluß von Schwingungen großer molekularer Massen in vielen Fällen schon in dem genannten Bereich der kurzen elektrischen Wellen hervortreten. Die Beobachtungen von Drude und anderen über elektrische Dispersion weisen darauf hin, ganz besonders die höchst interessanten Arbeiten von Colley.

Es ist deswegen sehr wichtig, Methoden zur Darstellung kurzer elektrischer Wellen zu haben, mit denen man Messungen von ähnlicher Präzision wie die optischen machen kann. Vor allem ist dazu nötig, daß die benutzten kurzen

elektrischen Wellen recht monochromatisch sind, oder, was dasselbe ist, recht wenig gedämpft. Eine sehr wenig gedämpfte Welle stellt einen sehr schmalen Spektralstreifen dar, eine stark gedämpfte dagegen ein breites, verwaschenes Band. Der erste, der genaue Messungen mit sehr wenig gedämpften kurzen Wellen gemacht hat, ist meines Wissens Colley. Seine eigenartige Methode der Wellenerzeugung, die wohl auf einer Art Löschfunkenerscheinung beruht, scheint mir nicht ganz einfach auszuführen zu sein, man denke nur daran, daß der Colley sche Oszillator zwei Funkenstrecken hat. Jedenfalls dürfte sie wohl für sehr kurze Wellen nicht gut zu brauchen sein, Colley geht im allgemeinen nur bis etwa 30 cm herunter. Die Methode, die ich im folgenden beschreiben werde, kann leicht zu viel kürzeren Wellen benutzt werden.

Schon seit längerer Zeit habe ich mich bemüht, eine Oszillatorform für kurze, wenig gedämpfte Schwingungen zu finden. Mein Gedanke dabei war, daß man dem Oszillator eine möglichst große Kapazität geben müsse, weil man dadurch Funken bekommt, die besonders günstig für Schwingungen sind. Bekanntlich kommt es immer in erster Linie auf die Beschaffenheit des Funkens an. Auf meine Veranlassung konstruierte vor einigen Jahren Herr Eggers (Greifswalder Dissertation 1907) einen Oszillator, der aus zwei Kondensatoren von der

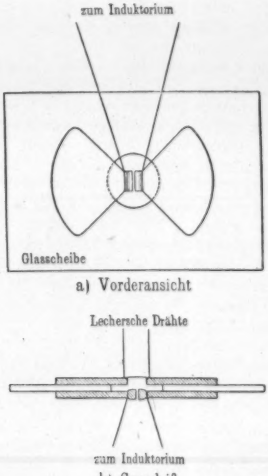


Fig. 1.

Form zweier gegenüberstehender Kreisquadranten bestand (Fig. 1). Die beiden hinteren quadrantenförmigen Kondensatorplatten waren durch eine kurze Brücke aus Kupferdraht oder auch Kupferblech miteinander verbunden, an die beiden vorderen waren statt dessen zwei einander gegenüberstehende Messingstäbchen angelötet, die als Funkenstrecke dienten. Der Funke ging in Petroleum über. Mit einem solchen Oszillator bekommt man (wenn man nicht, wie es Herr Eggers allerdings tat, einen Vorfunken in die Zuleitungen einschaltet) sehr saubere Schwingungen, die man durch Paralleldrähte neben der Brücke ableiten kann. Man kann so bequem auf 30 cm heruntergehen, die Wellen haben ein Dämpfungsdekrement zwischen 0,2 und 0,3, was für so kurze Wellen schon recht wenig ist. Biegt man die Enden der vom Oszillator wegführenden beiden Drähte um, so strahlen recht intensive Wellen von ihnen aus. Diese Versuchsanordnung hat aber zwei Fehler. Man muß sehr große Energiemengen mit Hilfe eines Teslatransformators zuführen, um intensive Wellen zu bekommen, und die Wellenlänge läßt sich nicht bequem variieren, man muß für jede einzelne Wellenlänge einen neuen Oszillator bauen.

Diese beiden Mißstände lassen sich beseitigen, wenn man Löschfunken verwendet. Vor kurzem wurde im Greifswalder Institut von Herrn Settnick (Greifswalder Dissertation 1910) beobachtet, daß in einem Oszillator außerordentlich wenig gedämpfte Schwingungen entstehen, wenn man dicht neben die Funkenstrecke zwei parallele Drähte anlegt, deren Länge von derselben Größenordnung ist, wie die Viertelwellenlänge der Oszillatorschwingung (Fig. 2). Die Wirkung dieser Anordnung beruht darauf, daß

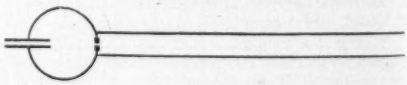


Fig. 2.

der Funke eher erlischt, als daß sich Gleichgewicht zwischen den elektrischen Spannungen hergestellt hat. Infolgedessen treten nach dem Erlöschen des Funkens Schwingungen ein, indem abwechselnd bald der Kondensator des ursprünglichen Schwingungskreises, bald die Paralleldrähte, welche ich die Antennen des Apparates nennen will, die Ladungen aufnehmen. Diese Schwingungen werden besonders schön, wenn man ganz kurze Funken (Zischfunken) in Petroleum verwendet. Dann treten die Schwingungen des Oszillators ganz zurück und

man hat fast rein die sehr wenig gedämpften Schwingungen des ganz metallischen Systems Oszillator—Antennen. Dadurch, daß man die Länge der Antennen ändert, kann man die Schwingungsdauer des Apparates sehr bequem variieren. Allzuweit darf man sich von der Viertelwellenlänge der Oszillatorschwingung freilich nicht entfernen, aber immerhin umfassen die Schwingungen, die man mit einem einzigen Oszillator durch Änderung der Antennenlänge bekommen kann, im allgemeinen fast eine Oktave.

Das eben geschilderte Prinzip ist nun von einem meiner Praktikanten, Herrn Rukop, auch auf kurzwellige Schwingungen angewendet, und es ist ihm gelungen, mit Bequemlichkeit Schwingungen bis zu 20 cm Wellenlänge herab herzustellen, deren Dämpfungsdekrement zwischen 0,04 und 0,1 liegt. Ich selber habe dann einen derartigen Oszillator für noch kürzere Wellen konstruiert (Fig. 3). Er besteht aus einem kleinen Kondensator, dessen Platten die Form

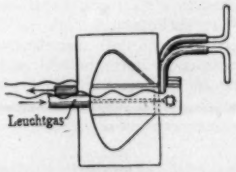


Fig. 3.

von Kreisquadranten von 1 cm Radius haben. Das Dielektrikum des Kondensators ist eine Ebonitscheibe von 0,2 mm Dicke. Auf die Quadranten sind zwei dicke Messingstreifen aufgelötet, die vorn überstehen und eine Funkenstrecke tragen. Die eine Elektrode ist eine Schraube, und man kann durch Drehen an ihr die Funkenlänge regulieren. Die einander gegenüberstehenden Flächen der Funkenstrecke sind eben geschliffen (übrigens ebnet der Funke sie auch schon selber), es ist gut, wenn diese Flächen recht groß sind. Damit haben wir einen Oszillator für kurze Wellen, der aus dem oben beschriebenen Eggersschen Oszillator gewissermaßen durch Halbierung hervorgegangen ist. An die beiden Messingstreifen, die die Funkenstrecke tragen, sind dicht neben der Funkenstrecke die beiden Antennen angelötet, die mit Hilfe einer Art Posaunenauszug verlängert und verkürzt werden können. Die Antennen gehen zuerst parallel dicht nebeneinander her, ihre Enden sind aber bei dem hier gezeigten Oszillator auseinandergebogen, damit sie strahlen. Wie ich schon erwähnt habe, bekommt man sehr gute Löschfunken in Petroleum, ein bequemeres und mindestens ebenso gutes Medium aber als Petroleum ist Leuchtgas, während der Funke in Luft nicht zu gebrauchen ist. In den an die Kondensatorplatten aufgelöteten Messingstreifen sind der Länge nach zwei Kanäle gebohrt, die dicht neben dem Funken endigen und die als Zu- und Ableitung für das Leuchtgas dienen. Der ganze Kondensator ist in einen Ebonitstab hinein montiert, und zwei Glasröhren führen zu den genannten Kanälen. Auf die Funkenstrecke ist eine Kappe gesetzt, die ein Glimmerfenster zur Beobachtung des Funkens hat, und alles ist mit Siegellack zugekittet, um das seitliche Entweichen des Leuchtgases möglichst zu verhindern. Steckt man nun das Ebonitstück mit dem Kondensator auf ein Glasrohr, durch welches man auch die Zuleitungsdrähte führt, so hat das Ganze eine sehr handliche Form. Ich habe das Glasrohr durch eine Öffnung in der Hinterwand eines parabolischen Hohlspiegels, wie er bei Scheinwerfern benutzt wird, gesteckt. Durch Drehen um die Achse des Glasrohrs kann man dann die Polarisationsebene der Strahlung auf das einfachste in jede beliebige Lage bringen. Ich glaube, daß dies für Messungen recht wichtig ist.

Die Funkenstrecke muß man ganz klein machen, womöglich kleiner als $^1/_{10}$ mm. Je kleiner man sie bekommen kann, ohne daß sich eine leitende Brücke zwischen den Elektroden bildet, um so besser werden die Schwingungen. Trotzdem darf aber das Induktorium nicht schwach sein. Es kommt alles darauf an, daß die kleinen Funken sehr kräftig sind. Wenn man den Induktionsapparat gehen läßt, so sieht man den ganzen scheibenförmigen Raum zwischen den Elektrodenflächen, von einem weißen Licht erfüllt, das aus lauter kleinen, hin und her tanzenden Lichtpünktchen, den Partialfunken, erfüllt ist, und man hört das bekannte zischende Geräusch.

Als Resonator benutze ich einen rechteckigen Drahtrahmen, dessen längere Seite nach Art eines Posaunenauszuges verlängert und verkürzt werden kann. Parallel zu einer der kurzen Seiten ist ein Thermokreuz aus sehr dünnem Eisen- und Konstantandraht gelegt. Wenn man die Ausschläge des an das Thermokreuz angeschlossenen Galvanometers als Funktion der Länge des Drahtrahmens aufträgt, so bekommt man glatte Resonanzkurven und man kann die Stellung des Posaunenauszuges, für welche das Maximum des Ausschlags eintritt, leicht bis auf Bruchteile von Millimetern genau ermitteln. Fig. 4 stellt eine derartige Resonanzkurve dar. Als Abszissen sind abgetragen die ganze Länge

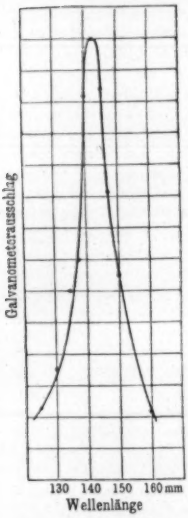


Fig. 4.

des zum Rechteck gebogenen Drahtes. Nimmt man diese Länge als die Wellenlänge des Resonators an, was angenähert stimmt, so kann man aus der Kurve das Dämpfungsdekrement berechnen. Aus Fig. 4 ergibt sich beispielsweise $\gamma = 0{,}26$. Dieser verhältnismäßig große Wert ist aber nicht etwa als Strahlungsdekrement aufzufassen, denn dieses ist bei der gewählten Antennenform äußerst klein. Es hat vielmehr seinen Grund in dem großen Leitungswiderstand der Antennen, die ich, um den Apparat recht kompendiös zu machen, leider etwas zu dünn genommen habe, und die außerdem größtenteils aus Messing bestehen (Messingrohr von 1,7 mm Durchmesser). Es hätte nicht die geringste Schwierigkeit, den Widerstand der Antennen so zu verkleinern, daß das Dekrement auf den dritten Teil oder noch weiter heruntergebracht würde.

Der Resonanzapparat läßt sich ebenfalls leicht in einem Glasrohr befestigen, durch welches die Drähte zum Galvanometer hindurchgehen. Steckt man dieses Glasrohr durch eine Bohrung in der Rückwand eines zweiten Scheinwerferhohlspiegels, so hat man einen bequemen Wellenempfänger, dessen Polarisationsebene, wie die des Senders, äußerst leicht zu verstellen ist. Ich bekam mit dieser Anordnung in der Tat bei einer Entfernung der Spiegel von mehreren Metern noch sehr gute Ausschläge, und konnte durch Drehen des Empfängers nachweisen, daß die Strahlung fast vollständig geradlinig polarisiert war. Das gelang, trotzdem der hier gezeigte vorläufig konstruierte Sender für Strahlungsversuche noch recht ungünstig ist. Wenn man die Antennenenden weiter auseinanderbiegt und ihnen eine größere Kapazität gibt, so würde man eine viel intensivere Strahlung bekommen können, ohne daß dabei ein merkliches Strahlungsdekrement die Wellen verschlechterte. Ich habe nun vor, den Oszillator in diesen beiden Beziehungen zu verbessern, daß ich erstens den Widerstand der Antennen verringere und zweitens die Ausstrahlung vergrößere. Nach den Erfahrungen, die ich bisher gemacht habe, glaube ich dann eine für Messungen vorzüglich geeignete Strahlenquelle zu haben.

Die Wellenlänge des hier gezeigten Oszillators liegt um 14 cm herum. Da man aber mit den Dimensionen des Kondensators noch weiter heruntergehen kann, so ist es sicher möglich, mit der geschilderten Methode auch noch wenig gedämpfte Wellen von der Länge einiger Zentimeter zu bekommen. Ich möchte noch einmal hervorheben, daß der Vorzug dieser Oszillatorform eben darin besteht, daß parallel zum wirksamen Funken immer eine verhältnismäßig ziemlich große Kapazität liegt.

Diskussion.

M. Wien: Ich möchte mir die Frage erlauben, wie es mit der Konstanz der Ausschläge war. Mit Zischfunken sehr konstante Ausschläge zu erhalten, ist beim Induktoriumbetrieb schwer; Herrn Rohmann in Straßburg ist es gelungen, sehr konstante Ausschläge zu erzielen, aber bei diesen Versuchen wurde Wechselstrom benutzt. Es wäre vielleicht auch bei dem Versuche des Vortragenden möglich, bessere Wirkungen zu erzielen, wenn statt des Induktoriums eine kleine Wechselstrommaschine angewendet wird.

Vortragender: Ich habe das Induktorium genommen, weil man da große Mengen von Partialentladungen und in ihnen große Energiemengen bekommt.

M. Wien: Das können Sie bei der Wechselstrommaschine auch kriegen.

Vortragender: Ich habe das noch nicht versucht. Die Konstanz war ziemlich gut; die Abweichungen betrugen, wenn die Funkenstrecke einige Zeit gebraucht war, höchstens bis 3 Proz. vom Mittel.

M. Wien: Welches Elektrodenmaterial benutzten Sie?

Vortragender: Die Elektroden waren aus Messing.

M. Wien: Es wäre vielleicht besser, Silber zu verwenden wie bei den Funkenstrecken des Telefunken-Systems.

Vortragender: Das ist mir sehr interessant.

Martens: Ist es nicht am besten, zur Erregung von ganz kleinen Schwingungskreisen eine hochfrequente Wechselstromquelle, etwa die Sekundärspule eines Teslatransformators, anzuwenden? Der Vorteil liegt darin, daß der kleine Schwingungskreis vom Teslatransformator viel öfter erregt wird als von einer gewöhnlichen Wechselstromquelle mit etwa 50 Perioden pro Sekunde.

Vortragender: Mit dem Teslatransformator haben wir Versuche gemacht, aber keine guten Resultate bekommen. Übrigens glaube ich, daß man infolge der Partialentladungen mit dem einfachen Induktorium mindestens ebenso viele Funken bekommt, als mit einem Teslaapparat.

Kalähne: Ich erlaube mir die Anfrage, ob dieses Dekrement von 0,26 nur das Oszillatordekrement allein ist oder ob es die Summe der beiden Dekremente ist, des Oszillator- und des Resonatordekrements.

Vortragender: Jawohl, es ist die Summe.

Kalähne: Das Dekrement des Resonators allein ist nicht bekannt?

Vortragender: Nein, das habe ich nicht bestimmt.

Kalähne: Das kann groß sein, wenn das Thermokreuz nicht drin ist.

Vortragender: Das Thermokreuz ist nicht im Resonator eingeschaltet, sondern liegt im Nebenschluß.

Kalähne: Wie ist der Nebenschluß gemacht?

Vortragender: Die Enden der beiden Drähtchen sind an die kurze Seite des Kondensatorrechtecks angelötet.

Kalähne: Dann bildet der Resonator einen Kondensatorkreis?

Vortragender: Nein, das ist ein Rechteck, ein ganz geschlossenes System.

Kalähne: Dann wird allerdings das Dekrement des Resonators sehr klein sein.

Krüger: Ich möchte nur bemerken, daß sich auch nach der Colleyschen Anordnung recht leicht und gut arbeiten läßt, wie ich mit meinem Apparat, der allerdings nach dem Colleyschen kopiert ist, konstatieren konnte. Colley hat das Dämpfungsdekrement seines Apparates nicht bestimmt, so daß ein direkter Vergleich mit dem hier demonstrierten nicht gut möglich ist. Ich bin gern bereit, den Herren, die nach Danzig fahren, den Apparat dort zu demonstrieren.

Vortragender: Das würde mich sehr interessieren.

Krüger: Herr Rukop hat versucht, die Colleysche Anordnung nach der Beschreibung nachzumachen, hat aber keine guten Wellen bekommen; allerdings hat er nicht lange damit probiert, weil wir den von mir beschriebenen Oszillator schon hatten[1]). Er geht wirklich sehr leicht und gut.

Schmidt: Zur Verbesserung der Konstanz habe ich seit 5 Jahren bei meinen Arbeiten mit gutem Erfolg die Wechselstrommaschine zur Funkenerzeugung verwendet. Die Konstanz läßt sich dabei leicht bis auf 1 Proz. bringen, schon bei gewöhnlicher Funkenstrecke kann man leicht die Genauigkeit von 1 bis 2 Proz. erreichen. Eine wesentliche Verbesserung und bessere Resultate beim Resonator würden Sie auch erhalten, wenn Sie bei der Funkenstrecke statt des Leuchtgases Wasserstoffgas anwendeten. Ich habe die Erfahrung gemacht, daß der Funkenübergang in Wasserstoff die Elektroden überhaupt nicht mehr merklich verändert, so daß man sie beliebig lange verwenden kann.

Vortragender: Leuchtgas hat auch noch die unangenehme Eigenschaft, daß es etwas rußt.

Schmidt: Ja, bei Wasserstoff können Sie es aber monatelang brauchen, ohne daß eine Veränderung eintritt.

1) Bei der Besichtigung des Colleyschen Oszillators in Danzig habe ich bemerkt, daß auch im Petroleum noch zwei Vorfunken angebracht waren. Diese Vorfunken hatte Herr Rukop weggelassen, er hatte nur die beiden Vorfunken in Luft (also im ganzen 4 Funkenstrecken anstatt der 6 des richtigen Colleyschen Erregers). Vielleicht ist dadurch sein Mißerfolg zu erklären.

Gustav Mie.

H. Lehmann (Jena), Über ein Filter für ultraviolette Strahlen und seine Anwendungen.

1. Viele optische Untersuchungen erfordern bekanntlich die Verwendung von sogenannten „Lichtfiltern", welche mehr oder weniger homogene Strahlengebiete von der übrigen Masse der Strahlen, die bei der Untersuchung sonst störend wirken würden, abzusondern gestatten. Eine besondere Stellung unter den Lichtfiltern nehmen nun diejenigen Filter ein, welche die unsichtbaren Strahlengebiete, entweder das Ultrarot oder das Ultraviolett, zu isolieren vermögen.

Für die Isolierung der verschiedenen Strahlengattungen kommen im wesentlichen zwei Methoden in Betracht: die Methode der Dispersion und die der Absorption.

Die Trennung der Strahlen durch Dispersion

mittels sogenannter „Prismenfilter“ ist schon öfters ausgeführt worden. Will man z. B. homogenes Licht isolieren, so kann hierzu schon jeder Spektralapparat dienen, besonders geeignet ist z. B. der von F. Löwe konstruierte „Monochromator“ der Firma C. Zeiß.

Zur Absonderung eines größeren oder kleineren Spektralgebietes oder von Mischungen solcher Gebiete bedient man sich am besten des zuerst von H. v. Helmholtz angegebenen Prinzipes: Zwei Spektralapparate werden in der Weise hintereinander aufgestellt, daß mittels des Spaltes des zweiten Apparates aus dem vom ersten Apparat entworfenen Spektrum das gewünschte Intervall herausgeblendet werden kann. Der Vorteil dieser Anordnung beruht hauptsächlich in der Unschädlichmachung des falschen Lichtes, welches bei Verwendung nur eines Apparates infolge des Selbstleuchtens der optischen Teile für viele Zwecke sehr störend auftritt. H. v. Helmholtz hat einen derartigen Apparat mit Quarzoptik zur Untersuchung des Auges mit ultraviolettem Lichte verwendet.

Ein ähnliches Prismenfilter mit Glasoptik benutzte ich vor 10 Jahren zu Untersuchungen im ultraroten Spektralgebiet. Diesem Filter lag folgendes Prinzip zugrunde: Zwei identische Spektralapparate werden so hintereinander aufgestellt, daß der eine Apparat das Spiegelbild des anderen darstellt; in der Symmetrieebene sind ein oder mehrere verschiebbare Spalte angebracht, welche die gewünschten Strahlenintervalle herausblenden. Hierdurch wird eine präzise Wiedervereinigung des herausgeblendeten Spektralteiles erzielt. In nächster Zeit werde ich über eine weitere Verbesserung dieses Prismenfilters berichten, die sich in der Hauptsache auf die Einfügung einer Kollektivlinse oder eines Kollektivspiegels (nach dem Prinzip der Autokollimation) in der Symmetrieebene bezieht. Bei Verwendung eines derartigen Kollektivspiegels benötigt man dann nur eines Spektralapparates.

2. Während nun das Prinzip der Dispersion sowohl eine scharfe Trennung der einzelnen Strahlengattungen voneinander als auch die Isolierung sehr enger Spektralgebiete gestattet, ist das mit Hilfe der Absorptionsfilter nicht in dem hohem Grade möglich. Durch gewisse Kunstgriffe, z. B. durch Verwendung von Lichtquellen mit geeignetem diskontinuierlichen Spektrum, kann man jedoch auch mit Absorptionsfiltern homogenes Licht oder das Licht scharf begrenzter Spektralgebiete erhalten. Jedenfalls sind für viele Versuche, namentlich für solche mehr qualitativer Natur, auch die Absorptionsfilter sehr wertvoll.

Die Herstellung von Absorptionsfiltern geschieht seit Bestehen der Teerfarbstoffindustrie hauptsächlich unter Verwendung dieser Farbstoffe, da ihre Absorptionsstreifen relativ scharf begrenzt sind, auch ist die Anzahl der brauchbaren Farbstoffe eine sehr hohe, so daß man die Filter den verschiedenen Problemen leicht anpassen kann.

Es gibt nun natürlich auch Teerfarbstoffe, deren Absorptionsstreifen im sichtbaren Spektralgebiet liegen, während sie z. B. die ultravioletten Strahlen, wenigstens zum großen Teil, hindurchlassen. Auf einen derartigen Farbstoff, das Nitrosodimethylanilin, machte zuerst der Amerikaner Wood aufmerksam[1]). Er fand, daß eine Lösung dieser Substanz in Glyzerin oder fester Gelatine das Blau und Violett sowie größtenteils die Strahlen unterhalb 280 $\mu\mu$ absorbiert, während sie für das Intervall von 400 bis 280 $\mu\mu$ durchlässig ist. Später fanden E. Valenta und P. Krüß[2]) Farbstoffe mit ähnlichen Eigenschaften. Um nun noch das Grün und das Rot abzuschneiden, für welche Strahlen obengenannte Substanz auch durchlässig ist, kombinierte Wood sie mit gewöhnlichem grünen und blauen Signalglas. Etwas Blaugrün wird aber von dieser Kombination noch durchgelassen. Auch absorbiert das gewöhnliche Glas, und besonders das grüne Glas, das Ultraviolett schon beträchtlich oberhalb 300 $\mu\mu$, so daß die Durchlässigkeit des Nitrosodimethylanilins nicht voll ausgenützt wird.

Später hat Herr Kalähne[3]) die Versuche Woods wiederholt, jedoch kombinierte er genannten Farbstoff mit dem Jenaer Blauviolettglas, wodurch eine größere Undurchlässigkeit für die sichtbaren Strahlen erzielt wurde als nach Woods Vorschrift, doch auch hierbei wurde noch etwas Grün und Rot durchgelassen. Das Grün beseitigte Herr Kalähne durch eine Lösung von Fluoreszeinnatrium, während das Rot bei seinen Versuchen nicht störend wirkte.

3. Auch meine Versuche beziehen sich auf die Verwendung des Nitrosodimethylanilins. Die wäßrige Lösung dieses Farbstoffes verwendet man besten in Küvetten mit Quarz- oder *U-V*-Kronglaswänden. Das Lösungsmittel ist in ca. 5 mm Dicke noch gut für ultraviolette Strahlen durchlässig. Wendet man das Nitrosodimethylanilin in fester Lösung in Gelatine an, so präpariert man die Schicht am besten auf eine Quarz- oder *U-V*-Kronglasplatte. In der dünnen, nur wenige Hundertstel Millimeter dicken Schicht ist Gelatine noch gut für das hier in Betracht kommende Gebiet durchlässig.

1) Phil. Mag. **6**, 257, 1903.
2) Zeitschr. f. physikal. Chemie **51**, (3) 264.
3) Diese Zeitschr. **5**, 415, 1904.

Es mag noch bemerkt werden, daß die Absorptionsstreifen der wäßrigen Lösung gegenüber der festen in Gelatine etwas nach dem brechbareren Ende des Spektrums verschoben sind. Die Wirkungen der beiden Lösungen sind infolgedessen nicht ganz gleich, was namentlich bei der Wahl der später zu erwähnenden Lichtquellen in Betracht zu ziehen ist. So wird z. B. von der festen Lösung eine sehr intensive Liniengruppe des „Eisenlichtes" dicht unterhalb 400 $\mu\mu$ noch gut durchgelassen, während diese Strahlen von der wäßrigen Lösung gleicher Konzentration absorbiert werden.

Als geeignete Komponente zur Vernichtung der von diesem Farbstoff noch durchgelassenen sichtbaren Strahlen fand sich das Jenaer Blauuviolglas. Dieses Glas hat gegenüber allen anderen Farbgläsern oder entsprechenden Farbstoffen eine größere Durchlässigkeit für ultraviolette Strahlen, so daß man nunmehr in der Lage ist, die Durchlässigkeit des Nitrosodimethylanilins nahezu vollkommen auszunutzen.

Aber auch das Blauuviolglas ist für das äußerste Rot noch etwas durchlässig, so daß man bei Verwendung von Lichtquellen, die viel Rot enthalten, gezwungen ist, noch eine dritte Komponente zu diesem Filter hinzuzunehmen. Hierzu eignet sich eine ca. 20 proz. wäßrige Lösung von Kupfersulfat in 5 mm Dicke[1]). Eine solche Lösung ist für das hier in Betracht kommende ultraviolette Gebiet gut durchlässig. Dieser Lösung entspricht hinsichtlich der Absorption im weniger brechbaren Spektralgebiet das blaue Kupferglas, doch ist dieses bisher nur aus gewöhnlichen Glasschmelzen hergestellt worden. Vorläufig muß man sich also der wäßrigen Lösung des Kupfersulfats bedienen, die man am besten in Küvetten mit Wänden aus Quarzplatten oder wenigstens aus *U-V*-Kronglasplatten verwendet.

Die hier beschriebene Filterkombination läßt sich nun mit Vorteil in folgende Form bringen: Die beiden Wände der Küvette für die Kupfersulfatlösung sind als Filter ausgebildet, und zwar bestehen sie aus Blauuviolglasplatten, deren Dicken zusammen so groß sind, als wie die, welche für das einfache Blauuviolglasfilter erforderlich ist. Auf die Außenfläche der einen Wand ist dann noch das Nitrosodimethylanilin in Gelatinelösung präpariert.

Da die Gelatineschicht leicht verletzlich ist, so kann man sie, nach einer Dreiteilung der Dicke des Blauuviolglasfilters, zwischen einer Wand der Küvette und einer dritten Blauuviolglasplatte einschließen, eventuell unter Verwendung eines ultraviolett durchlässigen Kittes, um Lichtverluste nach Möglichkeit zu vermeiden.

Will man ferner auch das Nitrosodimethylanilin in wäßriger Lösung verwenden, so bedient man sich ebenfalls nach Dreiteilung des Blauuviolglasfilters mit Vorteil einer zweiteiligen Küvette, d. h. einer Küvette mit einer Zwischenwand. Mischungen des Kupfersulfats mit dem Farbstoff absorbieren leider das Ultraviolett vollständig.

Diese Filterküvetten werden in den drei soeben beschriebenen Ausführungen in verschiedenen Größen und Formen von der Firma Carl Zeiß in Jena geliefert.

Der Vorteil der beschriebenen Anordnung besteht hauptsächlich in den geringeren Verlusten durch Reflexion und Absorption gegenüber der Anwendung getrennter Filterkomponenten.

4. Was nun die Anwendungen dieses Filters betrifft, so ist hierüber folgendes zu sagen:

Zunächst kann das Filter bei der direkten Beobachtung ultravioletter Strahlen als Beobachtungs- oder Okularfilter dienen. Es kann also in gewissem Sinne die oben beschriebene Einrichtung von H. v. Helmholtz ersetzen. Dieser Forscher konnte nämlich mit seinem Prismenfilter fast das ganze im Sonnenspektrum enthaltene ultraviolette Gebiet dem Auge direkt sichtbar machen. Die Wirkung dieser Strahlen auf das Auge ist eben so schwach, daß sie erst durch Anwendung besonderer Vorrichtungen merklich wird. — Für Lichtquellen mit wenig ultravioletten Strahlen, wie z. B. gewöhnliche Glühlampen usw., ist das Filter vollkommen undurchsichtig.

Sehr schwache Erscheinungen dieser Art wird man natürlich photographieren, da ja die photographischen Platten für Strahlen der Wellenlänge von 300 bis 400 $\mu\mu$ noch sehr empfindlich ist. Als Objektiv verwendet man für diesen Fall am besten eine Linse aus Quarz oder Objektive aus ultraviolett-durchlässigen Gläsern.

Die zuletzt erwähnte Methode dürfte auch für gewisse Probleme der Astrophysik von Bedeutung sein, z. B. bei der Photographie der Sonnenscheibe, welche nach Untersuchungen von Villiger, auf diese Weise aufgenommen, kugelförmig erscheint.

Bei der photographischen Untersuchung kann man natürlich das Kupfersulfatfilter weglassen, da die gewöhnliche photographische Platte für das äußerste Rot außerordentlich viel weniger als für das Ultraviolett empfindlich ist.

5. Seine wertvollsten Eigenschaften aber entwickelt das Ultravioletttfilter bei Untersuchungen auf dem Gebiete der Photolumineszenz: ein-

1) Versuche mit anderen Metallsalzen haben zu ähnlichen Resultaten geführt.

mal läßt es Erscheinungen dieser Art rein, ohne Beimischung fremden Lichtes, auftreten, sodann ermöglicht es die Auffindung geringster Spuren von Photolumineszenz.

Damit die Lumineszenz möglichst intensiv auftritt, ist natürlich die Verwendung besonders geeigneter Lichtquellen sowie eine besondere Versuchsanordnung der optischen Teile nötig.

Bei der Verwendung von Sonnenlicht erhält man schon recht gute Resultate, doch wird hierbei das Filter nicht voll ausgenutzt, da die Absorption der Atmosphäre bekanntlich schon beträchtlich oberhalb von 300 $\mu\mu$ beginnt. Auch muß hierbei ein vorderseitig versilberter Heliostatenspiegel verwendet werden. Man wird daher besser zu künstlichen Lichtquellen greifen.

Als recht bequeme Lichtquelle, die sehr ruhig brennt und keinerlei Wartung bedarf, ist die „Quarzlampe mit gerader Durchsicht" von Heraeus zu empfehlen. Einige sehr intensive ultraviolette Linien dieser Lampe werden von dem Filter gut durchgelassen. Diese Lichtquelle hat gegenüber dem Sonnenlicht und anderen in Betracht kommenden Lichtquellen wenig rote Strahlen, so daß man die Konzentration der Kupfersulfatlösung etwa auf die Hälfte verringern kann. Für viele Fälle aber wird man diese Filterkomponente überhaupt weglassen können. Wegen ihres ruhigen Brennens wird man diese Lampe mit Vorteil zu photometrischen Messungen an Lumineszenzerscheinungen heranziehen können.

Wenn auch die Quarzlampe spezifisch intensiver als andere Lichtquellen ist, so wird man doch für die Fälle, welche absolut genommen die höchsterreichbare Energie erfordern, zum „Eisenlicht" greifen. Einmal hat der Eisenbogen zwischen 300 und 400 $\mu\mu$ sehr viele intensive Linien, und dann ist man in der Stromstärke nicht beschränkt, so daß man das Volumen des Bogens beliebig vergrößern kann. (Die Quarzlampe brennt nur mit 5 Ampère.) Die im folgenden beschriebenen Versuche habe ich ausschließlich mit dem Eisenlicht angestellt. Hierbei verwendete ich mit Vorteil die „Kohlenstäbe für Eisenlicht" von Siemens, welche einen Docht aus Eisensalzen besitzen. Dünnere Kohlen von etwa 13 bis 17 mm Durchmesser sind mehr zu empfehlen als dickere, selbst für höhere Stromstärken, da der Bogen bei dünneren ruhiger brennt. Als Lampe verwandte ich die Handregulierlampe der Firma C. Zeiß. Überhaupt sind Lampen, welche einen langen Bogen geben, wie z. B. auch die selbstregulierenden Lampen für „Effektkohlen", besonders für die vorliegenden Zwecke zu empfehlen. Auch massive Eisenelektroden sind hierzu geeignet. Da bei diesen Versuchen das Kraterlicht keine große Rolle spielt, kann mit gleichem Erfolg mit Wechselstrom wie mit Gleichstrom gearbeitet werden.

Als Kondensorlinse verwende ich eine plankonvexe Quarzlinse von etwa 4 cm Öffnung und 8 cm Brennweite, in deren Brennpunkt sich die Lichtquelle befindet. In einiger Entfernung von der Linse ist das Filter aufgestellt, so daß eine stärkere Erwärmung desselben nach Möglichkeit vermieden wird. Diese ganze Anordnung samt Lampe wird von einem lichtdichten Behälter eingeschlossen, der noch mit einem dunklen Tuch überdeckt wird. Durch eine Öffnung, die am einfachsten vom Filter selbst verschlossen wird, dringen die ultravioletten Strahlen in den Außenraum. Als lichtdichter Behälter diente mir einfach die Abblendungsvorrichtung des Projektionsapparates der Firma C. Zeiß, auf dessen optischer Bank auch Filter und Quarzlinse aufgestellt wurden.

Mit Hilfe dieser Anordnung können größere Flächen durch ultraviolettes Licht bestrahlt werden. Handelt es sich aber um kleinere Flächen, so erzielt man eine bedeutend verstärkte Wirkung dadurch, daß man die Strahlen durch eine weitere Quarzlinse sammelt und im Vereinigungspunkt die zu untersuchende Substanz aufstellt. Zweckmäßig richtet man es so ein, daß durch diese zweite Linse die Kondensorlinse abgebildet wird, wodurch die Lage der zu untersuchenden Substanz von der Bogenbewegung unabhängig wird. Man erreicht das durch die Wahl eines genügend großen Abstandes der beiden Linsen voneinander. Die zweite Linse muß in diesem Falle allerdings eine größere Öffnung besitzen als die erste, etwa 6—8 cm, wenn sie alle Strahlen sammeln soll; die Brennweite wählt man etwa 20 cm lang. Das zu untersuchende Objekt befindet sich auf einem kleinen in der Höhe verstellbaren Tischchen oder in einer Stativklemme, die ebenso wie die zweite Linse mit Stift und Reiter auf der nach außen verlängerten optischen Bank des Apparates verschiebbar angebracht wird.

Es mag noch bemerkt werden, daß die beiden erwähnten Linsen oder wenigstens die zweite größere, der wesentlich geringeren Kosten wegen, auch aus *U-V*-Kronglas ausgeführt werden können, wobei die Dicke nach Möglichkeit zu reduzieren ist. Freilich wird so die Durchlässigkeit des Filters nicht vollkommen ausgenutzt, doch lassen sich hiermit immerhin schon sehr gute Resultate erzielen. Auch bei dem hier vorgeführten Apparat besteht die zweite Linse aus *U-V*-Kronglas.

Wir wollen jetzt die Anwendungen der zuletzt beschriebenen Anordnung auf den ver-

schiedenen Gebieten der Naturwissenschaften kurz besprechen.

6. In der Physik ist diese Anordnung sehr geeignet zum Studium der Photolumineszenz. Zunächst lassen sich hiermit die Erscheinungen der Fluoreszenz und Phosphoreszenz in großer Reinheit und Intensität einem größeren Auditorium demonstrieren.

Läßt man die ultravioletten Strahlen auf einen gewöhnlichen Schirm aus Leinwand oder Papier fallen, so sieht man einen bläulichweißen Lichtfleck. Daß dieses Licht sekundärer Natur ist, beweist man dadurch, daß man eine (mattierte) weiße Porzellanplatte vor den Schirm hält: diese erscheint nahezu schwarz. Daß Porzellan eines der wenigen nicht oder kaum fluoreszierenden Substanzen ist, war schon H. v. Helmholtz bekannt. Auch Metalle, falls sie rein von Oxyden etc. sind, erscheinen in dem Strahlenkegel wie mit schwarzem Samt überzogen.

Zur Demonstration starker Fluoreszenz sind besonders geeignet wäßrige Lösungen (in der bekannten Konzentration für maximale Fluoreszenz) von Äskulin (blau), Uranin (grün) und Rhodamin (rot), denen man einen Tropfen konzentrierten Ammoniak zugesetzt hat. Diese Lösungen können in dünnwandigen, möglichst wenig fluoreszierenden Gläsern, z. B. Becher- oder Reagenzgläsern, den Strahlen ausgesetzt werden. Überaus intensiv wird das Fluoreszenzlicht, wenn man die Lösungen in den durch die oben erwähnte zweite Linse erzeugten Sammelpunkt der ultravioletten Strahlen bringt. Die Lichtstärke dieser so erzeugten „sekundären" Lichtquellen beträgt schätzungsweise mehr als eine Kerze.

Bei dieser Intensität sind natürlich die Fluoreszenzspektren sehr bequem zu untersuchen. Noch wenig bekannt dürften die Fluoreszenzspektren folgender Glasarten sein: das Jenaer Uranglas zeigt eine Reihe scheinbar äquidistanter Banden im Grün und Orange, die nur bei dieser intensiven Fluoreszenz sichtbar werden. Die Fluoreszenzfarbe des Uranglases ist bekanntlich gelbgrün und gehört mit zu den intensivsten Erscheinungen dieser Art. Gerade Uranglas ist zur Demonstration besonders geeignet, da es, wie auch die oben erwähnte Äskulinlösung, ihr eigenes Fluoreszenzlicht nicht absorbiert und somit nach allen Seiten strahlt. Interessant verhält sich ferner das Jenaer Didymglas, das bekanntlich in durchfallendem Licht einige scharfe, schmale Absorptionsstreifen besitzt und fast farblos erscheint. Das Fluoreszenzspektrum dieses Glases ähnelt seinem Absorptionsspektrum, nur sind die Streifen breiter und etwas verschoben, ferner treten neue hinzu, z. B. im Rot ein sehr intensiver. Das Fluoreszenzlicht des Didymglases ist rosenrot[1]). Auch der diskontinuierliche Charakter des Fluoreszenzspektrums des Chlorophylls kann auf diese Weise gut erkannt werden. Ich verwandte hierzu die bekannte weinrot fluoreszierende ätherische Lösung.

Ein sehr schönes Demonstrationsobjekt ist der künstliche oder natürliche Rubin: in den Sammelpunkt der zweiten Linse gebracht, erstrahlt er nach allen Seiten in tiefrotem Licht, das, wie das Fluoreszenzspektrum zeigt, hauptsächlich von einer fast homogenen intensiven Linie im Rot herrührt. Der Rubin ist früher bereits von Miethe untersucht worden.

Recht merkwürdig verhält sich das Jenaer Gelbglas: je nach der Konzentration des Färbemittels fluoresziert dieses Glas gelb oder rot, und zwar tritt eine merkliche Farbenänderung von rot nach gelb oder umgekehrt bei dem in Betracht kommenden Typus schon bei so geringen Änderungen in der Färbung ein, wie sie nach anderen Methoden nicht oder nur schwer nachweisbar sind. So habe ich z. B. eine Gelbscheibe gefunden, die auf der einen Seite rot, auf der anderen gelb fluoresziert; die Grenzfläche zwischen den beiden Färbungen ist an der schmalen Kante der Scheibe deutlich sichtbar. In gewöhnlichem Licht ist von einer etwaigen Inhomogenität nichts zu sehen.

Die hier erwähnten Jenaer Gläser habe ich in Würfeln oder Platten von etwa 20 mm Kantenlänge und mit zwei polierten Gegenseiten verwendet.

Die Fluoreszenzspektren wurden mit Hilfe eines kleinen Zeißschen Handspektroskopes geprüft. Genauere auf photographischem Wege gewonnene Beobachtungen sollen später mitgeteilt werden. Lichtschwache Fluoreszenzspektren nimmt man durch ein Filter auf, das die ultravioletten die Fluoreszenz erregenden Strahlen absorbiert, etwa durch ein Äskulinfilter, da sonst die durch das zu untersuchende Objekt zerstreuten Strahlen störend wirken können, falls das Objekt optisch inhomogen ist.

Für die Untersuchung phosphoreszierender Körper gilt im allgemeinen dasselbe, was bei der Fluoreszenz gesagt wurde. Als besonders geeignete Demonstrationsmittel können hier die nach den Vorschriften von Lenard erzeugten Phosphore dienen, wie sie z. B. die Firma Preßler in Leipzig liefert.

Für manche Demonstrationen mit ultraviolettem Licht ist ferner der „phosphores-

1) Die Phosphoreszenz der seltenen Erden wurde von v. Kowalski und Carnier untersucht: Comptes Rendus **144**, 836, 1907.

zierende Schirm" der Firma, Carl Zeiß brauchbar, der mit besonders stark phosphoreszierendem Zinksulfid haltbar überzogen ist. Mit Hilfe dieses Schirmes läßt sich z. B. die Durchlässigkeit verschiedener Glasarten für ultraviolettes Licht zeigen: so wirft auf ihm eine für das Auge gut durchsichtige Uranglasplatte einen starken Schatten auf den Schirm, dagegen das für das Auge sehr dunkle Blauuviolglas gar keinen; ebenso können nach ihrem Schatten auf diese Weise leicht Flint- und Kronglas voneinander unterschieden werden. Entwirft man den Sammelpunkt der ultravioletten Strahlen auf diesem Schirm, so erstrahlt er in grünlich weißem Licht, das alle oben erwähnten Fluoreszenzerscheinungen an Helligkeit noch bedeutend übertrifft.

Besonders wertvoll ist die Verwendung des Ultraviolettfilters für die Untersuchung der Phosphore während der Erregung. Die Phosphoreszenzfarbe ist nämlich während der Erregung eine andere als bei der Abklingung. Das kommt daher, daß das Intensitätsverhältnis der Banden im Phosphoreszenzspektrum sich ändert, was schon bekannt ist. Meist tritt während der Erregung eine relative Verstärkung der kurzwelligen Banden ein, die Phosphoreszenzfarbe erscheint also nach Blau zu verschoben. Diese relative Intensitätsänderung der Banden geschieht außerordentlich rasch. Bewegt man z. B. einen kleinen „phosphoreszierenden Schirm" rasch durch den Sammelpunkt des Strahlenkegels hin und her, oder besser: läßt man einen größeren Schirm rasch rotieren und entwirft an seinem Rande das scharfe Bild der ersten Linse (siehe obige Versuchsanordnung), so erscheint dieses Bild selbst bei sehr rascher Bewegung immer scharf und hebt sich von dem nachfolgenden „Phosphoreszenzschweif" durch seine Farbe und Helligkeit deutlich ab. Die Länge dieses Schweifes hängt außer von der Umdrehungsgeschwindigkeit auch von der Substanz ab, welche als Schirm dient. Insofern stellt diese Vorrichtung ein Phosphoroskop dar. Nach der üblichen Definition kann man wohl die Farbe während der Erregung als Fluoreszenz, die der Abklingung als Phosphoreszenz ansprechen.

Ähnliche Erscheinungen beobachtete übrigens auch schon Goldstein bei der Erregung durch Kathodenstrahlen, indem er die phosphoreszierenden Präparate in der Vakuumröhre beweglich anbrachte[1]).

Im allgemeinen lassen sich überhaupt mit dem Ultraviolettfilter ähnliche Lumineszenzerscheinungen erzeugen, wie sie auch durch Kathodenstrahlen erzielt werden können. Nur sind die Versuche hier weit bequemer und einfacher und erfordern weniger Mittel und Zeit. Die zu untersuchenden Substanzen können hier mit Leichtigkeit während der Bestrahlung mechanischen, thermischen und elektrischen Einflüssen unterworfen werden, sie können bewegt, gepreßt, gedehnt oder tordiert werden, sie können während der Bestrahlung in verschiedene Aggregatzustände verwandelt werden, sie können dem elektrischen Feld ausgesetzt werden etc. etc. Es sind das alles Probleme, deren Lösung zum größten Teil noch aussteht und die für die Theorie der Lumineszenzerscheinungen vielleicht von Bedeutung werden können.

7. Es war von vornherein zu erwarten, daß die beschriebene Versuchsanordnung die Auffindung einer größeren Anzahl neuerer Photolumineszenzerscheinungen ermöglichen würde. Diese Vermutung hat sich in der Tat bestätigt. Ich konnte an Chemikalien und Mineralien, an Pflanzen- und tierischen Stoffen bisher noch unbekannte Leuchtvorgänge nachweisen. Auf diese Beobachtungen läßt sich eine neue Art von Analyse, die sogenannte **Lumineszenz-Analyse** gründen.

Wir ziehen zunächst das Gebiet der reinen **Chemie** in Betracht. Hier konnte ich an einer ganzen Anzahl von Substanzen, meist Salzen, wie ich sie zufällig im Laboratorium hatte, Lumineszenz sichtbar machen. Es ergaben sich folgende Tatsachen:

a) Die im Handel befindlichen chemisch reinen Substanzen zeigen keine oder nur äußerst schwache Lumineszenz, und dann meist in ihrer ganzen Masse, während die Substanzen II. Qualität sehr stark leuchten können.

b) Diese stärkere Lumineszenz erstreckt sich in den meisten Fällen nur auf einzelne Kristalle bezw. Kristallkonglomerate.

c) Das Auftreten und die Stärke der Lumineszenz hängt von der Art der Darstellung der Substanzen ab, d. h. verschiedene Fabrikate verhalten sich oft verschieden.

Hieraus geht zunächst hervor, daß die einfache Lumineszenzanalyse in vielen Fällen eine sehr umständliche qualitative Analyse auf Reinheit der Substanz ersetzen kann.

Ferner ist es in technischer Beziehung von Wert, daß die Art der Darstellung oder das Fabrikat bezw. die in der Substanz möglicherweise enthaltene Verunreinigung mit einem Blick erkannt werden kann.

Es ist nicht ausgeschlossen, daß die Lumineszenz-Analyse nach ihrer weiteren Ausgestaltung auch in quantitativer Beziehung wird Aufschluß geben können; die Farbe und In-

1) E. Goldstein, Berliner Berichte, 1900, S. 818.

tensität (photometrisch gemessen) der Lumineszenz würde hierbei in Betracht kommen. Da es sich hierbei bekanntlich um sehr geringe Quantitäten von beigemischten Substanzen handelt, welche das Leuchten hervorbringen, so würde hieran hauptsächlich das Gebiet der Mikrochemie Interesse haben.

Bemerkenswert für die Kenntnis des Kristallisationsprozesses ist ferner die Beobachtung, daß die Verunreinigungen in der Regel nur in einzelne Kristallindividuen bezw. Konglomerate eingehen, jedenfalls aber in den verschiedenen Kristallen mit verschiedener Konzentration auftreten.

Im folgenden sollen kurz einige Beispiele erwähnt werden.

Zur Demonstration besonders geeignet ist Pottasche II. Qualität, bezogen aus der chemischen Fabrik von Dr. Heinr. Koenig in Leipzig-Plagwitz. Setzt man diese Substanz in einem dünnwandigen Glas (es genügt auch schon eine Flasche aus weißem Glas) den ultravioletten Strahlen aus, so bemerkt man auch schon in größerer Entfernung vom Sammelpunkt der Strahlen das intensive Aufleuchten einzelner Körner (etwa einige Prozent der ganzen Masse) in feuerrotem Lichte. Noch deutlicher sichtbar wird die Erscheinung, wenn man die Pottasche in einem flachen, nach dem Auditorium zu geneigten Kästchen ausbreitet und von oben mittels eines Spiegels beleuchtet, der zweckmäßig vorderseitig versilbert ist. Das Fluoreszenzspektrum dieser Körner ist ganz eigenartig: es gleicht augenscheinlich ganz dem Spektrum des schwarzen Körpers bei etwa 800°. Eine ähnliche Fluoreszenzfarbe habe ich bisher noch nicht beobachtet.

Untersuchungen über die Art und Menge der Beimischungen, durch welche dieser Leuchtvorgang erzeugt wird, sind bereits im Gange.

Ebenso deutlich tritt die Lumineszenz bei Sublimat auf. Bei einem bestimmten Fabrikat fand ich Konglomerate von mehreren Zentimetern Durchmesser, die sehr hell gelbrot leuchteten. Daneben lagen gleichgroße Stücke, die fast schwarz erschienen, aber besät waren mit intensiv gelbrotleuchtenden Punkten von mikroskopischem und wahrscheinlich auch ultramikroskopischem Durchmesser. Ein anderes Fabrikat wieder zeigte nur die letztere Erscheinung. Auch ein „chemisch reines“ Präparat des Handels wies diese Pünktchen auf, wenn auch in geringerem Maße.

Weniger für die Demonstration im Auditorium geeignet wegen der Kleinheit der leuchtenden Kristalle, aber ebenso intensiv leuchtend ist Borsäure, die hellrote und blaue Teilchen aufweist. Ferner enthält Kaliumsulfid intensiv dunkelrote Pünktchen auf dem Konglomeratstücke, die selbst dunkelrotbraun in der Masse erscheinen; Kalziumsulfid zeigt rote und grüne Teilchen. Bleinitrat zeigt an einzelnen Kristallen, die verwittert sind, orangerote Fluoreszenz; schon Spuren von Verwitterung sind hierbei erkennbar. Ferner enthalten auch organische Verbindungen leuchtende Teilchen, z. B. Amidol vereinzelte blaue und grüne, der Anilinfarbstoff Brillantgrün helle blaugrüne.

Viele, namentlich organische Verbindungen leuchten (im festen Zustand) auch in der ganzen Masse, z. B. Äskulin blau, ganz ähnlich Salizylsäure, die Farbstoffe Biebericher Scharlach und Rhodamin rot, Auramin gelb.

Die Flüssigkeiten: Alkohol, selbst Glyzerin (das in dünnen Schichten häufig als Kittmittel für ultravioletttdurchlässige Optik verwendet wird), Benzol, Chlornaphthalin, Amylazetat, Formalin, Maschinenöl, Kollodium, Ammoniak, ferner alle Säuren lassen deutlich einen mehr oder weniger schwachen weißlich leuchtenden Lichtkegel bei ultravioletter Bestrahlung erkennen; nur Äther ist von den von mir untersuchten Flüssigkeiten fast ohne Fluoreszenz. Schwache Suspensionen namentlich organischer Teilchen sind in den Flüssigkeiten sehr hell leuchtend. So kann das Verfahren auch hier zur Prüfung auf Reinheit verwendet werden.

Ferner hat jeder Typus von Gläsern seine ganz bestimmte Fluoreszenzfarbe. Von den Farbgläsern war schon oben im physikalischen Teile die Rede.

Ein gutes Demonstrationsobjekt ist noch Paraffin; eine dicke Platte davon in den Sammelpunkt der Strahlen gebracht leuchtet infolge seiner optischen Inhomogenität in seiner ganzen Masse insensiv blau.

Auch Phosphoreszenz tritt bei vielen chemischen Präparaten merklich auf; so leuchtet z. B. das in Stangen geschmolzene Ätznatron im Strahlenkegel rötlichweiß, schnell aus demselben entfernt dagegen grün.

Ob man das Verfahren auch in der Nahrungsmittelchemie, etwa zur raschen Erkennung gewisser Fälschungen wird verwenden können, muß erst die nähere Prüfung zeigen.

Dasselbe gilt von den Untersuchungen von Edelsteinen.

Echter Bernstein fluoresziert außerordentlich intensiv bläulichweiß, der durchsichtige, wie der milchige, an seiner Oberfläche; schon die im Raume zerstreuten ultravioletten Strahlen genügen, um ihn zum Leuchten zu bringen. Das oben erwähnte Gelbglas, dessen Farbe der des Bernsteins sehr nahe kommt, leuchtet gelb oder rot. Ferner verschiedene Harzarten bedeutend

schwächer als Bernstein. Jedenfalls sind Fälschungen des Bernsteins leicht erkennbar.

8. Auch bei rein mineralogischen Untersuchungen wird die Lumineszenz-Analyse gute Dienste tun. Im Jahre 1896 hatten Winkelmann und Straubel mittels Röntgenstrahlen festgestellt, daß Flußspat je nach dem „Vorkommen" mehr oder weniger oder auch gar nicht fluoresziert. Diese Tatsache konnte leicht mittels des Ultraviolettfilms bestätigt werden. Hierbei fand sich eine englische Sorte, die in sehr intensivem milden blauen Licht erstrahlte.

Nach Stokes fluoresziert Kalkspat nicht; Lommel fand dagegen Fluoreszenz. Ich konnte beide Befunde bestätigen: Genau wie der Flußspat leuchtet auch der Kalkspat je nach dem Vorkommen mehr oder weniger oder gar nicht. Die Fluoreszenzfarbe des Kalkspates ist ziegelrot mit einem schwachen Stich ins Blaue.

Erd- und Sandarten zeigen ähnlich wie oben erwähnte Salze leuchtende Teilchen in verschiedenen Farben. So besitzt z. B. der an der Ostseeküste bei Cranz vorkommende Seesand eine große Menge hellgelb fluoreszierender Körner.

Besonders wertvoll dürfte das Verfahren bei der Untersuchung von Einsprengungen etc. sein. So konnte ich z. B. an manchen Gesteinen kleinere intensiv leuchtende Stellen, bisweilen mikroskopisch kleine Pünktchen beobachten, die, im gewöhnlichen Licht betrachtet, von der übrigen Masse in keiner Weise unterschieden werden konnten. Ferner traten bei Einsprengungen, die im gewöhnlichen Lichte vollkommen gleichmäßig gefärbt erschienen, im ultravioletten Lichte neue Farben auf, die nach dem Kern der Einsprengung zu allmählich an Intensität zunahmen. Diese Erscheinung würde auf eine kontinuierliche Konzentrationsänderung der Beimischung, welche den Leuchtvorgang erzeugt, schließen lassen.

9. Von fluoreszierenden Pflanzenstoffen, welche den Botaniker interessieren dürften, sind oben bereits Äskulin und Chlorophyll erwähnt worden. Hier füge ich noch das Chinin hinzu. Ferner leuchten die meisten milchartigen Pflanzensäfte, wie z. B. der Saft der Wolfsmilch usw. Auf dem Kelchgrund der Windenblüte fand ich intensiv gelbgrün leuchtende Tröpfchen; wahrscheinlich sind das die honigartigen Absonderungen. Ferner fluoreszieren bekanntlich sehr viele Pilz-, Algen- und Flechtenarten. So leuchtet z. B. eine gelbgraue Baumflechte auf der Oberfläche sehr intensiv orangerot, ihr Fuß schwefelgelb, die grüne Baumflechte weinrot usw. Betrachtet man ein Stück verwittertes oder faulendes Holz, das im gewöhnlichen Lichte fast einförmig grau erscheint, im ultravioletten Lichte, so sieht man oft eine ganze Anzahl verschiedener Farbenflecke, die von den verschiedenen Pilzkolonien herrühren.

Bei manchen Pflanzen bereitet es Schwierigkeiten, den Sitz gewisser Substanzen in ihnen festzustellen. Wenn diese Substanzen nun fluoreszieren, so findet man sie leicht, wenn man einen Schnitt der Pflanze nach unserem Verfahren untersucht.

10. Zum Schlusse kommen wir zu dem Gebiet der Physiologie. Ich fange bei dem Ei an: bringt man ein mitten durchschnittenes hartgesottenes Hühnerei in den ultravioletten Strahlengang, so leuchtet die äußere Schale rötlichweiß, die Eihaut bläulichweiß, das Eiweiß zitronengelb und das Dotter dunkelgelb. Milch, Butter, Fett leuchten gelb wie das gekochte Eiweiß. Recht bunt sieht ein Schnitt durch einen tierischen Körper aus, z. B. eine Kalbskotelette: die Muskeln erscheinen sehr dunkel braunrot, der Knorpel intensiv bläulichviolett, der Knochen weißlichblau, das Fett gelb, Sehnen und Häute weißlich usw. Ist das Fleisch schon einige Zeit alt, so kommen hierzu noch die grünlich leuchtenden Bakterien. An einem Schnitt durch das Rückenmark sind deutlich die dunkler erscheinenden Ganglienzellen in der bekannten X-Form sichtbar, was bei gewöhnlichem Lichte nicht zu erkennen ist. Ähnliche Erscheinungen zeigt das Hirn. Die physiologischen Flüssigkeiten wie Blut, Galle, Glaskörper etc. zeigen keine Besonderheiten. Sehr stark dagegen fluoresziert die Linse des Auges und zwar beim Kalb weißlich blau; die Farbe ist nicht bei allen Tieren gleich. — Herrn Professor Noll vom physiologischen Institut in Jena bin ich für wertvolle Hinweise auf die in diesem Abschnitt behandelten Gegenstände zu Dank verpflichtet. —

Sehr deutlich läßt sich auch die Fluoreszenz am lebenden Menschen zeigen: die Haut leuchtet weißlichblau, und zwar je nach dem „Teint" ziemlich differenziert: die Oberfläche der Hand erscheint meist dunkler als die innere Handfläche, nämlich dann, wenn die Haut von der Sonne gebräunt ist. Die Fingernägel leuchten in fast derselben Farbe, aber wesentlich heller. Übrigens verhält sich auch eine Federpose ähnlich, nur ist die Farbe noch gesättigter blau und intensiver. Dunkle Haare erscheinen grau, und helle fast weiß. Der Träger dieser Fluoreszenz ist offenbar das Keratin. Die Hornhaut des Augapfels fluoresziert ebenso wie die Linse des Auges sehr hell weißlichblau; diese intensive Fluoreszenz der Linse hat übrigens eine ungemein starke Blendung des Auges zur Folge; es wird das ganze Auge von diffusem Licht erfüllt, so daß schwächere von außen kommende Lichteindrücke nicht

mehr wahrgenommen werden können. Ebenso hell oder fast noch stärker weißlich leuchten die Zähne. Hier muß bemerkt werden, daß falsche Zähne, die meist aus einer Porzellanmasse bestehen, die, wie wir oben sahen, nicht oder nur schwach fluoresziert, aus diesem Grunde schwarz erscheinen. Ebenso kann das ultraviolette Licht zum Verräter von gewissen Arten von Schminke werden. Also auch hier kann unser Verfahren leicht „Fälschungen" kenntlich machen.

(In der Diskussion wies Herr Kalähne auf seine Versuche zur Herstellung eines ultraviolett durchlässigen Filters hin, worauf der Vortragende nicht eingegangen war. Im vorstehenden sind diese Versuche eingehend erörtert worden.)

Jena, im Oktober 1910.

Diskussion.

Kalähne: Zunächst eine Frage: Ist das Blau-Uviolglas, das hier benutzt wurde, dasselbe, das 1900 als Blauviolettglas bezeichnet wurde? (Vortr.: Nein, das Blauviolettglas ist nicht so stark ultraviolett-durchlässig wie das Blauuviolglas.) Es ist hier also *U-V*-Kron als Unterlage für die Gelatinefilter benutzt. Dadurch ist man natürlich in der Lage, weiter in das Ultraviolett hineinzukommen und erhält stärkere Phosphoreszenz. Ich habe im Anschluß an die Woodschen Mitteilungen etwa im Jahre 1904 fast genau dieselbe Anordnung in der Physikalischen Zeitschrift beschrieben (Nitroso-Dimethylanilin in Gelatine und das damals allein bekannte Blauviolettglas.) Man bekommt genau dieselben Erscheinungen, nur nicht soweit ins Ultraviolett reichend und also nicht so intensiv. Ich habe damals gefunden, daß auch etwas Grün durchgelassen wurde, und habe daher noch ein drittes Filter dazu nehmen müssen. Ich habe damals auch Versuche gemacht, um das noch durchgelassene Rot wegzubringen, habe es aber dann gelassen, weil es nicht sehr stört.

Vortragender: Grün wird vom Blauuviolglas nicht durchgelassen. Als Rotabsorbens habe ich noch keine geeignetere Substanz, als wie Kupfersulfat gefunden. Dieses Rotabsorbens ist aber nötig, wenn man wirklich alle sichtbaren Strahlen abblenden will, um z. B. sehr schwache Lumineszenz noch erkennen zu lassen.

F. Löwe (Jena), Ein neues Interferometer für Gase und Flüssigkeiten [1]).

Bei der Ausbildung des Rayleighschen Interferometers zu einem für technische Messungen geeigneten Instrument stellte die Verwendung des Prinzips der Autokollimation, die man bei einem Interferenzrefraktometer noch nie versucht hatte, sich als möglich und in besonderen Fällen als recht zweckmäßig heraus, nämlich für alle solche Messungen, die ambulant, d. h. nicht im Laboratorium, sondern draußen in der Praxis, z. B. auf einem Expeditionsschiffe (Wasseruntersuchungen), oder in einem Kesselhause (Rauchgasuntersuchungen) vorzunehmen sind. Das Rayleighsche Interferometer in seiner neuen Form unterscheidet sich von Rayleighs Originalapparat sowie von demjenigen der wenigen Beobachter, die sich in den letzten 30 Jahren des Rayleighschen Prinzips bedient haben, vor allem durch die eigentliche Meßvorrichtung.

Nach Erprobung eines Manometers, das Rayleigh bekanntlich als Meßinstrument mit dem Interferometer verband, und das bereits die außerordentliche Empfindlichkeit des Interferometers erkennen ließ, bin ich zur Anwendung eines rein optischen Kompensators übergegangen, dem die Aufgaben des Manometers, die Wiederherstellung der sogenannten Nullstellung auf einem der Messung zugänglichen Wege, übertragen wurden. Der optische Kompensator, eine Modifikation des Jaminschen Kompensators, hat alle Anforderungen aufs beste erfüllt.

Es möge zunächst das Prinzip des Rayleighschen Interferometers kurz erläutert werden. (Vgl. Fig. 1 und 2.)

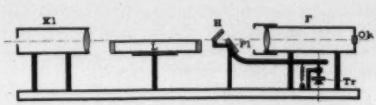


Fig. 1 (etwa $^1/_{30}$ nat. Größe).

Schnitt durch das Interferometer im Aufriß. — Das aus dem Kollimator *K1* austretetene parallelstrahlige Büschel geht zum Teil durch die Luftkammer *L* und die Kompensatorplatte *Pl*, zum Teil über der Luftkammer hin durch die Hilfsplatte *H* in das Fernrohr *F*, das mit einem Zylinderokular *Ok* ausgerüstet ist. *Tr* ist die 100teilige Trommel der Mikrometerschraube des Kompensators.

Ein aus einem Kollimator austretendes parallelstrahliges Lichtbüschel geht durch zwei parallele gleichbreite Spaltblenden (in Fig. 2 auf das Objektiv des Fernrohres *F* aufgeschoben) hindurch in ein Fernrohr und erzeugt hier eine Fraunhofersche Beugungserscheinung. Ver-

1) Ausführlicher in der Zeitschr. f. Instrumentenkunde, 1910. Novemberheft.

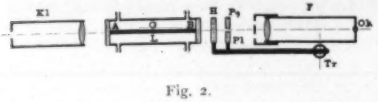


Fig. 2.

Grundriß des Interferometers. G bezeichnet die Gaskammer, die mit der Luftkammer L zusammengelötet ist. P_g ist die feste Platte des Kompensators. Die Doppelblende ist auf das Objektivende des Fernrohrs aufgeschoben. Die Zylinderachse steht parallel der Längsrichtung des Spaltes und der Doppelblende.

deckt man zunächst eine Spaltblende, so besteht die Erscheinung bekanntlich aus einem weißen Bilde des Kollimatorspaltes, dem sogenannten Maximum nullter Ordnung, und den symmetrisch dazu angeordneten, im vorliegenden Falle nur durch sehr schmale dunkle Minima-Streifen getrennten Beugungsspektren, von denen hier mit einer zehnfachen Lupe beiläufig je vier gut zu erkennen sind.

Öffnet man nun auch die zweite Spaltblende, so zeigt sich das bisher rein weiße Maximum von sehr feinen, schwarzen und bunten Streifen durchzogen, die Wirkung der Interferenz der beiden kohärenten durch die Spaltblende gegangenen Strahlenbüschel.

Diese Interferenzerscheinung verträgt bei den Dimensionen unseres Instrumentes eine fünfzigfache Okularvergrößerung. Der mit einer so hohen Vergrößerung notwendig verbundene Übelstand der geringen Helligkeit ist von Lord Rayleigh in eleganter Weise durch die Anwendung einer Zylinderlinse Ok als Okular überwunden worden.

Eine solche vergrößert nur in der Richtung senkrecht zu ihrer Achse, wirkt aber in Ebenen, die durch die Achse gehen, wie ein Fenster, eine Eigenschaft, die beim Rayleighschen Interferometer einen zweiten, weiter unten zu erläuternden großen Vorteil bietet.

Setzt man nun zwischen Kollimator und Fernrohr noch die Doppelkammer GL (Fig. 2),

Fig. 3 (etwa $^1/_2$ nat. Größe).
Querschnitt durch die Gaskammer (G) und die Luftkammer (L).

die beiderseits mit der gleichen Substanz, z. B. Luft, gefüllt ist, so verändert die Erscheinung ihr Aussehen nicht. Hat aber die Substanz in G eine andere Lichtbrechung als diejenige in L, so ist die optische Weglänge in beiden Kammern verschieden und die maßgebenden schwarzen Streifen, sofern sie überhaupt noch zu sehen sind, liegen seitlich gegen ihre bisherige Lage verschoben.

Wie Fig. 1 lehrt, nimmt die Doppelkammer nur die untere Hälfte des Raumes zwischen den Fernrohren ein, die obere Hälfte des Strahlenbüschels wird also von den Vorgängen in der Doppelkammer nicht berührt. Sobald es nun gelingt, die von der oberen Hälfte des Strahlenbüschels erzeugte Interferenzerscheinung unabhängig von der bisher beschriebenen, veränderlichen Erscheinung sichtbar zu machen, stellt das unveränderliche System eine ideale Nullmarke dar.

Diese vorteilhafte Trennung beider Streifensysteme besorgt aufs beste das Zylinder-Okular, und das ist dessen zweiter, oben angedeuteter Nutzen.

Man sieht nämlich in den zur Zylinder-Achse parallelen Ebenen auf die innere Fläche des Fernrohrobjektivs und erkennt z. B. scharf die wagerechte Deckelplatte der beiden Kammern, die sich als schwarzer wagerechter Strich projiziert. Über diesem Strich, der durch die Wirkung der Hilfsplatte H sehr schmal erscheint, erblickt man das von der oberen Hälfte des Strahlenbüschels erzeugte Interferenzbild, das wegen seiner Unveränderlichkeit die Nullstellung des Apparates bezeichnet, unter dem Trennungsstrich dagegen das bewegliche Interferenzbild. Durch Drehen an der Schraube des Kompensators kann man nun leicht die zwei schwarzen Streifen, die das Maximum nullter Ordnung, den weißen Mittelstreifen begrenzen, in dem oberen und unteren Bilde genau auf Koinzidenz einstellen; die bunten Streifen, die Spektra erster, zweiter etc. Ordnung sind für die Beurteilung der Einstellung nicht maßgebend.

Dreht man von der Nullstellung aus, in der die zwei schwarzen Streifen beider Bilder sich verlängern, am Kompensator so lange, bis etwa unter dem linken schwarzen Streifen der oberen Erscheinung der rechte der unteren steht, so wird der rechte obere Streifen nicht mehr durch einen schwarzen, sondern einen buntgesäumten verlängert, d. h. eine solche Einstellung ist nicht die Nullage. Wer zum ersten Male die Einstellung vornimmt, neigt zur Verwechselung der erwähnten Nachbarstellungen mit der Nullstellung. Erfahrungsgemäß genügt aber selbst bei Beobachtern, die mit optischen Messungen nicht vertraut sind (z. B. Laboranten), eine kurze Übung, um zu absolut sicheren Messungen zu gelangen.

Die Gleichheit der Temperatur der Versuchs- und der Vergleichssubstanz wird dadurch erreicht, daß die beiden messingenen Kammern, die einen quadratischen Querschnitt (Fig. 3) haben, an den zugewandten Seitenwänden miteinander mit

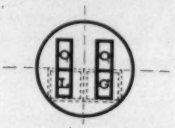


Fig. 4.

Blick durch die Hülse des herausgezogenen Okulares in das Innere des Fernrohres auf dessen Objektiv. Der Querschnitt der Kammern ist punktiert, soweit sie durch die rechteckige Doppelblende verdeckt sind. O_1 und O_2 sind die Querschnitte der oberen, im Gas-Interferometer durch Luft gehenden Strahlenbüschel, L und G diejenigen der die Luft- und die Gaskammer durchsetzenden Strahlenbüschel; die kurzen, wagerechten Querstriche erscheinen im Instrument durch die Wirkung der Hilfsplatte H in Fig. 1 erheblich dünner als in der Figur.

Silber verlötet sind; man wird zur Sicherheit nach dem Einleiten des Gasgemisches oder dem Einfüllen der Lösungen einige Minuten vergehen lassen, ehe man die innerhalb einer Minute erledigte Ablesung vornimmt. Bei der Untersuchung von Gasen wird für gleichen Druck gesorgt, indem man das Versuchs- und das Vergleichsgas mit der Atmosphäre verbunden läßt. Die Schlauchstutzen der beiden Kammern erhalten an Stelle von Hähnen ein Glaswollefilter oder ein während der Messungen offenes Chlorkalziumrohr. Über den Vorgang der Diffusion, die ohne diese Vorsichtsmaßregel bei hochprozentigen Gemischen oder bei von Luft optisch sehr verschiedenen Gasen merklich wird, kann man sich durch Beobachtung der Konstanz oder des Wanderns des unteren Streifensystems so gut Rechenschaft geben, daß das Interferometer sogar als bequemes Instrument zur Messung der Diffusionsgeschwindigkeit von Gasen dienen kann; für Flüssigkeiten gilt dasselbe, man würde dann die Zwischenwand zur Membran etc. umgestalten.

Das Interferometer wird in zwei wesentlich voneinander verschiedenen Modellen ausgeführt. Das eine Modell, das „lange Interferometer" hat eine 1 m lange Gaskammer und ist für genaueste Laboratoriumsanalysen bestimmt; es ist schematisch in Fig. 1 u. 2 dargestellt. Das andere, das „kleine Interferometer" ist nach dem Prinzip des Auto-Kollimators konstruiert worden (Fig. 5) und hat nur eine zehn Zentimeter lange Gas- oder eine noch kürzere Wasserkammer.

Auf die Möglichkeit, daß ambulante Untersuchungen von technisch wichtigen Gasen (z. B. der Rauchgase im Schornstein) unter Umständen eine große Bedeutung erlangen könnten, wenn nur einmal ein genügend genauer und doch gegen Stöße und andere Transportschäden unempfindlicher Apparat dafür vorhanden wäre, hat Herr Professor Haber, Karlsruhe, mich

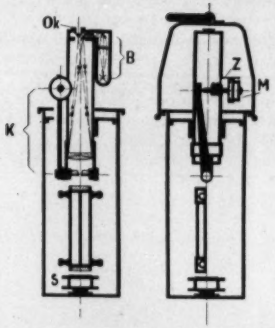


Fig. 5 (knapp $^1/_{10}$ der nat. Länge).

Schematische Skizze des tragbaren Gas-Interferometers. — Der Beleuchtungsapparat B ist in einem kleinen Tubus neben dem Fernrohre untergebracht. Das auf den Spiegel S nahezu senkrecht auffallende Licht wird zurückgeworfen und durch das Objektiv zu einem Interferenzbilde vereinigt, das dicht neben dem Spalte liegt und mittels des Okulars Ok betrachtet wird. Der Kompensator K ragt nur mit dem oberen Ende des Hebels und mit der Mikrometerschraube mit Trommel M und Umdrehungszähler Z aus dem Gehäuse heraus Die Schutzkappe hat einen kräftigen Bügel zum Tragen.

hingewiesen, wofür ich ihm auch an dieser Stelle danken möchte.

Bei dem tragbaren Interferometer sind Kollimator und Fernrohr zu einem einzigen Teile vereinigt, dessen Objektiv die Strahlen auf dem Hinwege zum Spiegel parallel und auf dem Rückwege wieder konvergent macht. Die Brennebene des Objektivs enthält nebeneinander den sehr fein verstellbaren Spalt und das Zylinderokular. Die Gaskammern werden zweimal durchsetzt, ebenso die Kompensatorplatten; die beugende Doppelblende wurde in oder dicht an die Spiegelebene (S in Fig. 5) gelegt. Selbstverständlich ist der Spiegel mit Justiereinrichtungen reichlich ausgestattet. Als Lichtquelle dient hier nicht, wie beim Laboratoriumsinterferometer, eine Nernstlampe, sondern ein mit dem Fernrohre festverbundenes Osmiumlämpchen, dessen Faden auf dem Spalte quer abgebildet wird. Das Interferenzbild hat bei dem tragbaren Modell natürlich nicht ganz dieselbe Brillanz wie im langen Modell, jedoch ist die Nullage ebenso eindeutig und leicht einstellbar wie oben beschrieben.

Bei dem Bestreben, nach dem Rayleighschen Prinzipe ein Interferometer für Flüssigkeiten herzustellen, erwies das tragbare Modell sich als geeigneter wie das lange Interferometer. Das Wasserinterferometer ist daher in Anlehnung an das tragbare Gasinstrument kon-

struiert worden; nur wird das Wasserinterferometer auf eine Unterlage gelegt, während das Gasinterferometer während der Beobachtung steht (wie in Fig. 5). Der Raum, in dem bei diesem die 10 cm langen Gaskammern angeordnet sind, dient nun als Temperierbad, in das die Versuchs- und Vergleichs-Wasserkammern (Fig. 6) von oben her eingehängt sind. An die

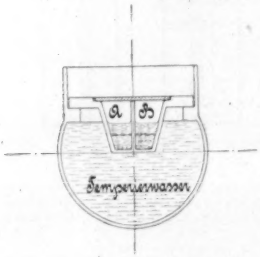


Fig. 6 (etwa $^1/_3$ nat. Größe).

Schnitt durch das Temperierbad und die bequem herauszunehmenden Wasserkammern AB des Wasser-Interferometers.

parallele Ausrichtung und die Spannungsfreiheit der je zwei oder vier Fensterplatten, durch die jedes Strahlenbüschel zweimal hindurchtreten muß, werden sehr hohe Anforderungen gestellt. Sind diese aber einmal erfüllt, so ist es eine Kleinigkeit, den Brechungsunterschied etwa zwischen destilliertem Wasser und Leitungswasser auf eine halbe Einheit der 6. Dezimale genau mit einigen Kubikzentimetern Substanz zu bestimmen. Seiner hohen Meßgenauigkeit wegen ist das Wasserinterferometer zunächst für sehr genaue Bestimmungen des Salzgehaltes im Meerwasser und für Untersuchung von Quellwässern, Betriebswässern und insbesondere von verunreinigten Flußwässern bestimmt. Physikalisch-chemische Aufgaben, wie die Untersuchung kolloidaler Lösungen, die Ermittlung des Zusammenhanges zwischen elektrischer Leitfähigkeit und Lichtbrechung verdünnter Salzlösungen oder des Vorganges der Lösung von Gasen in Flüssigkeiten (z. B. der zeitliche Verlauf der Absorption von Kohlensäure durch destilliertes Wasser), können auch mit einfarbigem Lichte ausgeführt werden.

An Stelle des Natriumlichtes wird man das erheblich hellere Licht der Linie D_3 des Heliums verwenden, für die übrigen Teile des Spektrums sind die C-Linie des Wasserstoffspektrums und die hellsten Quecksilberlinien zu empfehlen.

Die Genauigkeit der Messungen hängt bei allen Modellen ganz und gar von der Länge der Gas- und Wasserkammern ab. Bei Präzisionsmessungen, die der sogenannten exakten Gasanalyse über Quecksilber an die Seite zu stellen sind, hat sich eine Länge der Gaskammern von 1 m bei den Versuchen im Institute des Herrn Prof. Haber als ausreichend erwiesen; das Laboratoriums-Interferometer hat alsdann eine Länge von rund 2 m und gestattet CO_2 in Luft bis auf 0,02 Proz. genau zu messen. Ein Instrument gleicher Länge lieferte in einem Bergwerkslaboratorium bei der Bestimmung von Methan in Grubenluft dieselbe Fehlergrenze.

Brauchte man nur eine Genauigkeit von 0,2 Proz., so genügten Gaskammern von 10 cm Länge; es ist also ein leichtes, die Empfindlichkeit des Interferometers und seinen Meßbereich dem gerade vorliegenden Zwecke in den weitesten Grenzen durch das nur wenige Minuten erfordernde Auswechseln der Gaskammern oder Wasserkammern anzupassen, das nicht die geringste Justierung am Interferometer zur Folge hat.

Die Berechnung der Fehlergrenze läßt sich auf die folgende Überlegung gründen.

Zwischen den beiden schwarzen Streifen, den Minimis der ersten Ordnung, besteht ein Gangunterschied von einer Wellenlänge. Auf Grund meiner Erfahrungen mit sehr verschiedenen Beobachtern kann ich damit rechnen, daß

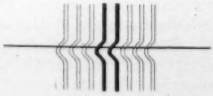


Fig. 7.

Schematische Darstellung des Interferenzbildes vor beendetem Temperaturausgleich. Die Doppelstreifen bezeichnen die buntgesäumten Minima höherer Ordnung.

ein Ungeübter die Streifen auf $\pm {}^1/_{20}$ Streifenbreite genau in die Verlängerung der festen Streifen einstellt. Die Unsicherheit der Messung entspricht also $^1/_{20}\,\lambda$. Eine gleich große Änderung der Einstellung würde durch eine gleich große Wegelängendifferenz zwischen den beiden interferierenden Büscheln hervorgerufen werden. Die optische Wegelänge L in der Gaskammer ist, wenn l die lichte Länge der Gaskammer und n den Brechungsindex des Gases bezeichnet,

$$L = l \times n = 1000\,\text{mm} \times n;$$

eine geringe Änderung von n im Betrage von δn verursacht die Wegelängendifferenz $\delta L = l \cdot \delta n$. Soll die Wegelängendifferenz $= {}^1/_{20}\,\lambda$ werden, so erhalten wir

$$^1/_{20}\,\lambda = l \cdot \delta n.$$

Nehmen wir für die Wellenlänge den ungünstigen, hohen Wert $\lambda = 600\,\mu\mu$ und setzen für l die Kammerlänge 1000 mm ein, so kommt

$$\frac{600\,\mu\mu}{20} = 1000\text{ mm} \times \delta n,$$

oder

$$\delta n = \frac{30\,\mu\mu}{1000\text{ mm}} = \frac{30 \times 10^{-6}\text{ mm}}{1000\text{ mm}}$$
$$= 30 \times 10^{-9} = 3 \times 10^{-8}.$$

Bei einer Länge der Gaskammer von 1 m beträgt der Einstellungsfehler also

$$\delta n = \pm 0{,}000\,000\,03.$$

Die Fehlergrenze des tragbaren Gasinterferometers beträgt, da die 10 cm langen Kammern zweimal durchsetzt werden, also wie 20 cm lange Kammern wirken, das Fünffache derjenigen des Laboratoriums-Interferometers, d. h. $\pm$ 0,000 000 15 oder 0,1 Proz. CO_2, was mit der Erfahrung übereinstimmt.

Die Fehlergrenze des Wasser-Interferometers schließlich hat bei 4 cm langen Kammern den Wert $\delta n = \pm 0{,}000\,000\,5$, was einem Kochsalzgehalte von 0,003 Promille entspricht. Selbst wenn man die Länge der Kammern auf 5 mm beschränkt, wird die von der Stockholmer internationalen ozeanographischen Konferenz (1899) als „erstrebenswert" bezeichnete Genauigkeit der Salzgehaltbestimmung ($\pm$ 0,05 Promille) leicht erreicht.

Diskussion.

Mie: Wenn man Brechungsexponenten von Flüssigkeiten vergleicht, so werden durch Temperaturungleichheiten die unangenehmsten Störungen hervorgerufen. Ich möchte fragen, wie für einen genügenden Temperaturausgleich gesorgt wurde.

Vortragender: Ja, das muß ich noch erwähnen. Das Gefäß, in dem die beiden Flüssigkeiten A und B sich befinden, die man vergleichen will, hat folgenden Querschnitt. (Das Folgende wird an einer Zeichnung, Fig. 6, erläutert.) Es ist ein Gußstück, in dem in der einen Hälfte die eine Substanz, in der andern die andere sich befindet. Nun hat man ein sehr einfaches Kriterium für den Temperaturausgleich zwischen diesen beiden Substanzen und dem Temperierwasser, in welchem das ganze Gefäß hängt. Die Interferenzstreifen sind nämlich nur dann geradlinig, wenn die Temperatur in diesen drei Räumen gleich ist; solange das nicht der Fall ist, ist an der Trennungslinie zwischen dem oberen und dem unteren Interferenzbild eine derartige Erscheinung zu sehen (der Vortragende zeichnet wieder, Fig. 7), die Streifen sind gekrümmt oder sie verlaufen schräg statt senkrecht. Man kann also ohne Thermometer an der Erscheinung selbst sehen, ob die Temperatur in den drei Räumen gleich ist.

M Seddig (Frankfurt a. M.), Demonstration der Temperaturänderungen in auf- und abwärts bewegten Luftmassen mit dem absoluten Bolometer. (Hierzu 4 Tafeln [XXIX—XXXII].)

I. Ein absolutes Bolometer von hoher Empfindlichkeit.

Zur Messung geringer Temperaturdifferenzen ist das Bolometer mit der in Fig. 1 wiedergegebenen Schaltung üblich, bei der zwei Zweige, z. B. I und II, aus Material von hohem Temperaturkoeffizienten bestehen und an die Stelle der zu messenden Temperatur gebracht werden, während die beiden anderen Zweige III und IV aus Material von möglichst niedrigem Temperaturkoeffizienten hergestellt sind und auf konstanter Temperatur gehalten werden. Dieses Konstanthalten des Widerstandes in den Zweigen III und IV ist jedoch mit Schwierigkeiten verbunden und niemals vollkommen erreichbar und gibt somit Anlaß zu schwer eliminierbaren Fehlern in den Ablesungen.

Bei dem hier zu beschreibenden Bolometer werden sämtliche Zweige I bis IV der zu messenden Temperatur ausgesetzt, so daß also das Konstanthalten eines Teiles der Brückenzweige ausfällt. Bei diesem Bolometer sind paarweise je zwei einander gegenüber liegende Zweige (I und II bzw. III und IV) aus Material von positivem bzw. negativem elektrischem Temperaturkoeffizienten hergestellt, z. B. aus Eisen und Kohle. Angenommen, die vier Zweige haben bei einer bestimmten Anfangstemperatur vollkommen gleichen Widerstand, und es bestehen die Zweige I und II aus Eisen und III und IV aus Kohle, so wird bei einer Temperaturerhöhung der Widerstand in I und II sich erhöhen und gleichzeitig in III und IV sich erniedrigen. Es fließt dann ein Strom in Richtung $a\,b$ durch das Galvanometer. Umgekehrt natürlich bei einer Abkühlung.

Durch die gleichzeitige Verwendung sämtlicher Brückenzweige zur Temperaturmessung wird die Empfindlichkeit der Bolometeranordnung erheblich gesteigert. Bei Gebrauch von höchstempfindlichen Galvanometern ist, wie eine Überschlagsrechnung ergibt, eine Empfindlichkeit von etwa ein Zweimilliontel Grad Temperaturdifferenz erreichbar.

Dieses Bolometer läßt sich, einmal geeicht, ebenso bequem zu absoluten Temperaturablesungen verwenden, wie ein Thermometer, da keinerlei Bezug genommen wird auf Brückenzweige, deren Temperatur konstant zu halten ist.

Um das Instrument innerhalb weiter Temperaturgrenzen verwendbar und auf beliebige Anfangstemperaturen einstellbar zu machen, werden z. B. die Zweige I und II bei c und d nicht direkt zu den Zweigen III und IV geführt, sondern erst unter Zwischenschaltung eines variablen Widerstandes mit diesen verbunden.

Fig. 2 zeigt eine bequeme Ausführungsform dieses variablen Widerstandes, der aus einem dicken Kupferdraht und einem etwa 0,3 mm starken Konstantdraht besteht und längs denen ein mittels Schrauben festklemmbares Metallstück verschiebbar ist. An diese beiden Drähte sind z. B. die Zweige I und III in der angedeuteten Weise angeschlossen. Je nach der Stellung des Metallstückes auf den beiden Drähten, ob nahe an den beiden Anschlußstellen I und III oder weiter davon entfernt, ist der zum Zweige I zugeschaltete Widerstand größer oder kleiner und die Stromlosigkeit des Galvanometers bei einer anderen Temperatur bedingt. An dem Kontaktstück ist ein Index angebracht, der an einer auf „Null-Temperaturen" geeichten Skala vorübergeht.

In den Fällen, in denen das Bolometer störenden Temperaturschwankungen ausgesetzt ist und in denen der Nullpunkt des Galvanometers stets rasch wieder einstellbar sein soll, werden zweckmäßig „Kompensationsbrücken" $a'a'$ und $b'b'$ (vergl. Fig. 3) eingeschaltet, an deren Schleifkontakten die Nachregulierungen der Nullpunktslage des Galvanometers in jedem Augenblicke erfolgen können. Diese Kompensationsbrücken sind in einigem Abstande vom Bolometer und mit diesem durch starke Kupferdrähte verbunden, aufzustellen.

Die Form des Bolometers und die Größen der einzelnen Zweige werden für die jeweiligen Zwecke verschieden gestaltet[1]).

Zweckmäßig ist es, den Widerstand der einzelnen Bolometerzweige so groß wie möglich zu wählen, damit die an den Kontaktstellen der Leitungen stets auftretenden Thermoströme etc. keinen merklichen Einfluß auf das Galvanometer ausüben. Zur Erzielung größtmöglicher Empfindlichkeit soll im allgemeinen der Galvanometerwiderstand gleich dem Widerstand der einzelnen Brückenzweige sein. (Vergl. hierzu W. Feußner, Marburger Diss. 1867; Loewenherz, Diss. Greifswald 1901, S. 24 u. 25 und R. Oehme, Diss. Marburg 1908, S. 51—55.)

1) Die Herstellung dieses Bolometers wie auch des Apparates zur Demonstration der Temperaturänderungen in gehobenen und gesenkten Luftmassen hat die Firma E. Leybolds Nachf. in Köln übernommen.

II. Demonstration der Temperaturänderungen in gehobenen und gesenkten Luftmassen.

Für das Verständnis des konvektiven Gleichgewichtes in der Atmosphäre, der Temperaturverhältnisse in den vertikalen Luftströmen und ähnlicher, für die Meteorologie praktisch wichtiger Erscheinungen ist die Demonstration der Temperaturänderungen in gehobenen resp. gesenkten Luftmassen von Wichtigkeit.

Eine Reihe von Versuchsanordnungen ist für die Zwecke der Demonstration und der Messung bereits früher publiziert worden[1]).

In besonders einfacher Weise läßt sich das eben beschriebene absolute Bolometer zu diesem Zwecke verwenden.

Zur Begrenzung der zu hebenden resp. zu senkenden Luftmasse dient ein Glasgefäß von etwa zwanzig Zentimeter Höhe und Durchmesser, das mittels Holzdeckels verschlossen und an dem die Bolometervorrichtung angebracht ist (vergl. Fig. 4). Im Innern des Gefäßes befinden sich Holzrähmchen, über welche die Bolometerzweige möglichst frei gespannt sind. Auf der Außenseite des Deckels sitzen die Zuleitungsklemmen für Stromquelle und Galvanometer. Durch ein dünnes Röhrchen im Deckel kann das Innere des Gefäßes mit der Außenluft kommunizieren.

Da diese Temperaturänderungen möglichst adiabatisch erfolgen sollen, wird das ganze Gefäß mit einer dicken Filzhülle umgeben.

Das Heben und Senken dieses Apparates geschieht zweckmäßig durch eine Schnur, die über eine Rolle geführt ist. Bei Verwendung eines hochempfindlichen Galvanometers genügt ein Heben und Senken von wenigen Zentimetern. Bequem ist es jedoch, mit weniger empfindlichem Galvanometer zu arbeiten, und den Apparat um etwa einen Meter zu heben resp. zu senken. Die Verbindung des Apparates mit der Stromquelle und den Kompensationsbrücken erfolgt mittels genügend langer, biegsamer Kabel. Von den Schleifkontakten der Kompensationsbrücken werden die Zuleitungen zum Galvanometer geführt.

Der Batteriestrom soll nicht mehr wie etwa 0,02 Ampere betragen, da sonst störende Erwärmungen in den Brückenzweigen und Luftströmungen im Gefäß auftreten.

1) F. Richarz, Marburger Rektoratsprogramm 1902; S. Loewenherz, Diss. Greifswald 1901; M. Seddig, Marburger Sitz. Ber. 1903, S. 21 u. 22; R. Oehme, Diss. Marburg 1908.

Beim Heben des Apparates zeigt das Galvanometer einen Ausschlag in der einen Richtung, beim Senken in der entgegengesetzten. Der richtige Sinn des Ausschlages wird durch leichtes Hineinblasen von Luft (durch das Röhrchen) in das Gefäßinnere nachgewiesen. Der durch diese Kompressionswärme erzeugte Ausschlag muß in der gleichen Richtung erfolgen, wie der beim Senken des Apparates auftretende.

III. Kleine automatische Bogenlampe mit Projektionseinrichtungen.

Für die Projektion von Galvanometern, Thermometern und Indizes, für das Beleuchten von Flüssigkeitströgen usw. und für mikroskopische Zwecke genügen meist bedeutend geringere Lichtstärken, als jene der üblichen großen Projektionsapparate. Für alle derartigen Fälle ist es wünschenswert, einen handlichen und nach allen Richtungen leicht einstellbaren kleinen Projektionsapparat zur Verfügung zu haben, der möglichst an jede vorhandene Glühlampenleitung ohne weiteres anschließbar ist.

Die jetzt vielfach zur Verwendung kommenden kleinen Bogenlampen mit Handregulierung sind wohl recht bequem, haben aber den Nachteil, daß sie leicht und meist im entscheidenden Momente verlöschen.

Die hier vorzuführende Lampe hat automatische Regulierung. Der Flammenbogen ist möglichst luftdicht eingeschlossen, so daß der Abbrand der Kohlen nur sehr langsam erfolgt. Außerdem ist diese Lampe mit einer Projektionseinrichtung versehen, so daß Linsen, Spalte, Prismen, Spiegel etc. leicht eingeschaltet werden können. Diese Lampe gestattet es, zwei Projektionen zu gleicher Zeit auszuführen, da bei ihr das Licht nach zwei Richtungen hin ausgenutzt wird.

Die Konstruktion der Lampe (vergl. Fig. 5 bis 7) ist prinzipiell die folgende:

In ein lichtdichtes, zylindrisches Gehäuse ist die automatische Bogenlampe eingesetzt und längs Führungsschienen in Richtung der Achse des Zylinders verschiebbar. Die Bogenlampe ruht auf einer, am Boden des Zylinders angebrachten und von außen zu verstellenden Schraube. Durch diese Schraube wird die Höhe des Lichtpunktes eingestellt. Bei längerem Brennen verschiebt sich ganz allmählich die Höhe des Brennpunktes, da bei dieser Bogenlampe die untere Kohle feststeht und nur die obere Kohle automatisch reguliert wird. Die Änderung der Höhe des Lichtpunktes erfolgt jedoch ganz langsam, da wegen des nahezu lichtdichten Abschlusses der Kohlen nur ein äußerst langsamer Abbrand erfolgt. Eine kleine Drehung an der unteren Schraube stellt den Lichtpunkt sofort wieder exakt ein.

In dem zylindrischen Gehäuse befindet sich ein Beobachtungsfenster mit dunklem Glase und, an zwei einander gegenüberliegenden Stellen, zwei Glimmerfenster, durch welche das Licht für die Projektion heraustritt.

Die Kohlen dieser Projektionslampe sind nicht, wie sonst üblich, schräg gestellt, da dies bei den verwendeten geringen Kohlendurchmessern (4 mm) keinen besonderen Vorteil bietet, weil die Kohlenenden im ganzen weißglühend werden. Durch die senkrechte Anordnung der Kohlen ist aber die Möglichkeit gegeben, das Licht der positiven Kohle nach zwei und mehr Seiten hin auszunutzen. Auf diese Weise können in einfachster Weise z. B. zwei Elektroskope, Thermometer etc. mit einer Lampe gleichzeitig projiziert werden. Durch Spiegel lassen sich die Bilder auf dem Schirme beliebig nähern, eventuell zur Deckung bringen, so daß Änderungen des Ausschlages etc. in besonders deutlicher Weise demonstriert werden können.

An der Seite des zylindrischen Gehäuses ist ein kräftiger Führungsstab angebracht (vergl. Fig. 5), auf den die einzelnen optischen Elemente (Linsen, Spalte, Prismen, Spiegel, Blenden etc.) aufgesetzt und verschoben werden können. Dieser Führungsstab befindet sich genügend seitlich von der optischen Achse, so daß Thermometer etc. sich in den Strahlengang bringen lassen.

Die ganze Apparatur ist an einem Stiele befestigt und mit diesem in einer bequemen Führungshülse an einem schweren Stative anklemmbar, und in der Höhe und nach allen Richtungen beliebig verstellbar. Mit wenigen Handgriffen ist die Projektionslampe in jede gewünschte Höhe und Richtung gebracht, ohne daß ein umständliches Aufbauen von Tischen und Klötzen notwendig wäre.

Der Strombedarf der Lampe ist ein äußerst geringer (ca. 1,7 Ampere). Die Lampe ist in jedem Augenblicke funktionsbereit und brennt sofort nach Einschalten des Stromes. Diese Bogenlampe reguliert zuverlässig auch noch in Lagen, wie die durch die Figur 7 angedeutete. Für kürzere Zeit (3—4 Minuten) brennt die Bogenlampe auch bei vertikal gestellter Führungsschiene, also mit horizontal liegenden Kohlen; in dieser Stellung funktioniert wohl die automatische Zündung, die automatische Regulierung bleibt jedoch aus.

Der Vorschaltwiderstand nebst Ausschalten wird zweckmäßig auf einem besonderen Brett

montiert und durch ein mehrere Meter langes Kabel mit der Lampe fest verbunden.

Zum Einsetzen neuer Kohlen wird die Bogenlampe aus dem Gehäuse einfach herausgehoben, ohne daß irgendwie die optischen Einstellungen etc. zu stören wären.

Diese Projektionslampe[1]) vermag in vielen Fällen die großen Projektionsapparate zu ersetzen und für andere Zwecke frei zu halten. Auch als Mikroskopierlampe hat sich diese Bogenlampe bewährt.

IV. Demonstrationsapparate[2]) und Hilfsmittel für das Experimentieren.

1. Optische Bank für Demonstrationszwecke.

Die hier zu beschreibende optische Demonstrationsbank (vergl. Fig. 1) soll es den Hörern ermöglichen, alle Ablesungen an den Skalen, auch im verdunkelten Auditorium, selbst vorzunehmen.

Zu diesem Zwecke sind die mit großen Ziffern bezeichneten Skalen auf einer Milchglasscheibe aufgezeichnet und in einen lichtdichten Kasten eingesetzt, in dessen Innerem sich Glühlampen zur Erleuchtung der Skalen befinden und auf dessen Oberseite die Schienen der eigentlichen optischen Bank sich befinden (vergl. die Schnittfigur 2). Es sind zwei Skalen vorhanden, von denen die eine am einen Ende der Bank beginnt und bis 200 läuft, während die andere Skala ihren Nullpunkt in der Mitte der Bank hat und von dort aus nach beiden Seiten bis 100 läuft. Jede dieser Skalen kann für sich allein erleuchtet werden, indem mittels Wechselschalter, entweder die obere oder die untere Glühlampenreihe eingeschaltet wird. Auf diese Weise wird die Aufmerksamkeit der Hörer stets auf die richtige Skala gelenkt.

Ein zweites Skalenpaar, welches mit dem eben beschriebenen korrespondiert, befindet sich auf der Rückseite der Bank. Diese Skalen sind mit kleineren Ziffern bezeichnet und für den Experimentator bestimmt.

Die einzelnen optischen Elemente werden auf Schlitten gesetzt, die längs der auf der optischen Bank befindlichen Schienen verschoben werden können und die in Fig. 3 abgebildet sind. An diesem Schlitten befinden sich Indizes J, welche über den Skalen der optischen Bank spielen. Diese Schlitten bestehen aus sehr schweren Metallklötzen, deren Unterseiten Führungsrillen tragen und möglichst breit dimensioniert sind, damit diese Schlitten auch außerhalb der optischen Bank als feste Stative auf Tischen usw. verwendet werden können. Die Indizes J sind derart eingesetzt, daß sie beim Aufstellen der Schlittenklötze auf den Tisch sich selbsttätig in die Höhe schieben.

Fig. 4 zeigt einen für Demonstrationen an der optischen Bank besonders geeigneten Auffangschirm, der es ermöglicht, das entworfene Bild gleichzeitig aus allen Richtungen des Auditoriums zu beobachten.

Diese Vorrichtung besteht aus einem Rahmen mit Mattscheibe, welche als eigentlicher Auffangschirm dient; an diesen Mattscheibenrahmen sind zwei, in Scharnieren drehbare Spiegel angesetzt. Diese Vorrichtung läßt sich derart einstellen, daß ein Teil des Auditoriums das auf der Metallscheibe entworfene Bild direkt (in der Aufsicht oder in der Durchsicht) beobachten kann, während das übrige Auditorium die Mattscheibenbilder vermittels der Spiegel wahrnimmt.

Fig. 5 zeigt ein einfaches Demonstrations-Photometer für objektive Ablesung nach dem Ritschieschen Prinzip. Die Kante des Photometerprismas liegt horizontal. Durch einen über dem Prisma schräg angebrachten Spiegel werden die beiden Kathetenflächen dem Auditorium sichtbar gemacht.

2. Wheatstonesche Meßbrücke.

Die Zuverlässigkeit des Schleifkontaktes läßt bei den meisten Meßbrücken und besonders nach längerem Gebrauche zu wünschen übrig. Der an der hier zu demonstrierenden Brücke verwendete Kontakt hat sich als sehr zuverlässig und dauerhaft bewährt. Der Brückendraht geht (wie Fig. 6 erkennen läßt) über die etwas abgerundete Kontaktschneide des Schlittens und wird durch zwei isolierte Federn, die nahe der Kontaktstelle angreifen, ständig und gleichmäßig auf die Kontaktschneide aufgedrückt. Fig. 7 zeigt das eine Ende der Meßbrücke. Der Kontaktschlitten läuft auf einem Meßstabe, der auf beiden Seiten geteilt ist, und zwar auf der einen Seite von links nach rechts laufend und auf der anderen Seite, mit auf dem Kopfe stehenden Ziffern, von rechts nach links. Es können dadurch in bequemster Weise die Strecken links und rechts vom Kontakt an den beiden Skalen direkt abgelesen werden.

Um das lästige Hin- und Herbewegen des Brückendrahtes beim Verschieben der Brücke zu vermeiden, ist der Schlitten mit einer Kontaktfeder versehen, die an einer Metallschiene schleift, und von deren Endklemme die Zuleitung zum Galvanometer etc. erfolgen kann.

1) Die Firma E. Leybolds Nachf., Köln wird diese Lampe in Fabrikation nehmen.

2) Diese Apparate werden von der Firma Leybold in Köln hergestellt.

Der Schlitten hat jedoch noch eine besondere Klemme für die direkte Zuleitung zum Galvanometer.

Die Benutzung dieser Klemme ist für den Anfängerunterricht zur deutlicheren Demonstration der Schaltung zweckmäßig.

Fig. 8 stellt die Wheatstonesche Meßbrücke in einer für Vorlesungszwecke geeigneten Form dar. Die Skala ist in ähnlicher Weise wie bei der zuvor beschriebenen optischen Bank mit großen Ziffern bezeichnet und durch Glühlampen zu beleuchten, so daß die Ablesungen auch im verdunkelten Auditorium erfolgen können.

Der Experimentierende kann die Einstellung in gleicher Weise auf der Rückseite des Apparates ablesen. Der Schleifkontakt ist der gleiche wie in Fig. 6.

3. Anklemmbare Schalter, Kommutatoren etc.

Die beim Experimentieren erforderlichen Schalter werden gewöhnlich einfach auf den Tisch etc. gestellt: Dies hat verschiedene Nachteile. Die Schalter verschieben sich leicht in unbeabsichtigter Weise, wenn sie nicht mit der einen Hand gehalten und mit der anderen betätigt oder mittels besonderer Schraubklemmen an dem Tisch befestigt werden. Dieses Befestigen und Wiederabnehmen der Schalter etc. ist stets lästig und zeitraubend.

Der in Figur 9 wiedergegebene Schalter kann mittels eines einzigen Handgriffes an einer beliebigen Tischplatte etc. sofort befestigt werden und ebenfalls mit einem einzigen Handgriff entfernt und an einer anderen Stelle wieder angebracht werden. Der Greifmechanismus dieser Vorrichtung ist, wie aus Fig. 10 erkennbar, so gestaltet, daß er sich an den verschiedenartigsten Profilen fest ansetzen kann. Mit gleicher Sicherheit greift er an dünnen Blechen und Pappdeckeln, wie an dicken Tischplatten von ca. 4 cm Stärke, an Stativsäulen, Gasarmen, Stuhllehnen etc. an. (Vergl. Fig. 11 und 12.) Fig. 9 zeigt die Handhabung dieses Schalters. Die Grundplatte mit der Klemmvorrichtung kann als Haltevorrichtung auch für die verschiedensten anderen kleinen Apparate und Apparatteile, für Blendschirme, Linsen usw. benutzt werden. Größere Apparate, Regulierwiderstände und ähnliches können eventuell mit zwei derartigen Klemmvorrichtungen versehen werden und auf diese Weise rasch am Experimentiertisch usw. anklemmbar eingerichtet werden.

Durch diese kleine Vorrichtung wird das lästige und zeitraubende Anklemmen mittels Schraubzwingen vermieden und die relativ kostspieligen Schraubklemmen gespart oder für andere Zwecke freigehalten.

4. Stativtischchen, automatisch in jeder Höhe sich feststellend.

An einer massiven Grundplatte erhebt sich, wie Fig. 13 erkennen läßt, eine starke Holzleiste oder schmales Brett, dessen eine Seite mit Samt bekleidet ist. Das in der Höhe verstellbare Tischchen trägt an einer Seite einen Ansatz, der ebenfalls mit Samt bekleidet ist. Durch einen geeigneten Bügel, der um die vertikal stehende Holzleiste teilweise herumgreift, wird es bewirkt, daß das Tischchen stets in der jeweiligen Stellung fest und absolut sicher stehen bleibt und aus dieser Stellung, nach einem geringen Aufwärtsneigen des Tischchens, sofort in eine neue, beliebige Lage gebracht oder von der Säule abgenommen werden kann. Mit einem einzigen Handgriff kann das Tischchen also sofort in jede gewünschte Stellung gebracht werden, in welcher es dann ohne jede weitere Arretierung sofort und sicher verharrt. Auch in geneigten Stellungen kann das Tischchen innerhalb weiter Grenzen gebracht werden.

Diese automatischen Stative werden zweckmäßig in verschiedenen Größen und Höhen für leichte und schwere Apparate passend hergestellt.

Die Friktion an den Sammelflächen ist eine derartige, daß diese Tische mit zehn und mehr Kilo belastet werden können.

Diskussion.

Glatzel: Darf ich fragen, ob Sie auch Versuche darüber gemacht haben, ob sich derartige Bolometer zum Nachweis drahtloser Schwingungen eignen?

Vortragender: Jawohl.

Glatzel: Entspricht ihre Empfindlichkeit, wenigstens der Größenordnung nach, derjenigen von Detektoren?

Vortragender: Ein Elektrotechniker hat diese Versuche besprochen und meint, man kommt in die drei- bis vierfache Empfindlichkeit der Detektoren hinein. Aber abschließende Versuche habe ich noch nicht machen können.

Meyer: Wer baut den doppelseitigen Projektionsapparat und was kostet er?

Vortragender: Er wird von Leybold in Köln zu haben sein; was er kosten wird, weiß ich nicht. Viel kann er jedenfalls nicht kosten.

Unbekannter: Welche Belastung hält der Tisch aus?

Vortragender: 10 bis 20 kg, je nach der Breite der vertikalen Leiste, hält er aus. Ich habe diese Tische aber auch in kleinem Maßstabe bauen lassen, so daß man sie auf der optischen Bank zum Aufstellen von Prismen, Küvetten etc. benutzen kann.

E. Baisch (Würzburg), Versuche zur Prüfung des Wien-Planckschen Strahlungsgesetzes im Bereich kleiner Wellenlängen.

In den vergangenen Jahren habe ich auf Veranlassung von Herrn Geh. Rat W. Wien Versuche angestellt, bei denen ich das Ziel vor Augen hatte, eine Methode auszubilden, mit deren Hilfe es möglich ist, das Strahlungsgesetz des schwarzen Körpers in Wellenlängengebieten zu prüfen, die im Violett und Ultraviolett liegen.

Eine Prüfung dieses Gesetzes ist möglich durch Untersuchung der Isochromaten.

Nach dem Gesetz von Planck, welches in den Gebieten von kleinem λT die Form des Wienschen

$$E = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}}}$$

annimmt, müssen die Kurven, die man gewinnt, wenn man für konstantes λ als Abszisse die reziproke Temperatur, als Ordinate den log E aufträgt, einen linearen Verlauf zeigen, da

$$\ln E_1 - \ln E_2 = \frac{c_2}{\lambda}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

aus obiger Formel folgt.

Ich habe demnach — wie es schon Paschen[1]) im Bereich längerer Wellenlängen getan hat — die Strahlungsintensität bestimmter Wellenlängen bei verschiedenen Temperaturen miteinander verglichen.

Dabei verfuhr ich folgendermaßen. Eine Lichtquelle — 2 Osramlampen zu je 100 HK — auf einer großen Photometerbank verschiebbar angeordnet, sandte ihr Licht auf eine Gipsfläche. Der Abstand der Lampen von der Platte war variabel, und die Abhängigkeit der Helligkeit der Gipsfläche von der Stellung der Lampen auf der Photometerbank war im weißen Lichte mit Hilfe eines rotierenden Sektors durch ein Lummer-Brodhunsches Photometer photometriert. Damit war für jede Wellenlänge eine Intensitätsskala geschaffen, mit der man die Strahlungsintensitäten des schwarzen Körpers bei verschiedenen Temperaturen vergleichen konnte, um dessen Strahlung bei diesen Temperaturen unter sich zu vergleichen.

Dieser Vergleich der Strahlung des schwarzen Körpers mit der Helligkeit der Gipsplatte erfolgte photographisch, und zwar auf der Erfahrung begründet, daß gleiche Intensitäten bestimmter Wellenlängen bei gleicher Expositionsdauer die gleiche Schwärzung auf einer photographischen Platte hervorbringen.

Der schwarze Körper war dargestellt durch einen Heräusofen, in dem sich ein *Pt*-Zylinder mit einem Boden und einer Blende befand. Die Temperaturbestimmung erfolgte durch Messung der elektromotorischen Kraft eines *Pt—PtRh*-Thermoelements mit einem dazugehörigen Voltmeter, das mit einer Temperaturskala versehen war und 1° zu schätzen gestattete. Das Thermoelement war mit einem von der Reichsanstalt geeichten verglichen.

Die spektrale Zerlegung erfolgte in beiden Fällen durch einen Quarzspektrographen. Die photographische Platte konnte in einem Rahmen senkrecht zur Ausdehnung der Spektren bewegt und so eine Reihe von Spektren aufgenommen werden. Die Bestimmung der Wellenlänge erfolgte durch Aufnahme des *Hg*-Spektrums an den beiden Rändern jeder Platte. Entsprechende Linien wurden durch einen feinen Riß miteinander verbunden und auf diese Weise auf den zwischen den *Hg*-Spektren liegenden kontinuierlichen Spektren Stellen gleicher Wellenlänge mit genügender Genauigkeit gekennzeichnet.

Es wäre nun prinzipiell das Richtige gewesen, vom schwarzen Körper bei verschiedenen Temperaturen Aufnahmen zu machen und dann auf der Photometerbank diejenigen Stellungen der Osramlampen durch Probieren zu ermitteln, die bei derselben Expositionszeit für die zu untersuchende Wellenlänge dieselbe Schwärzung geben.

Da dies Verfahren zu umständlich gewesen wäre, verfuhr ich wie folgt: Vom schwarzen Körper wurde eine Reihe von vier Spektren aufgenommen, alle von derselben Expositionszeit, die Temperaturen von 10 zu 10° ansteigend. Dann erhielt ich auf eine noch zu beschreibende Weise eine Anzahl Temperaturen und die dazugehörigen Schwärzungen für diese bestimmte Expositionszeit.

Eine Reihe von fünf Spektren der Osramlampen, auch alle bei derselben Expositionszeit, aber bei verschiedenen Stellungen der Lampen auf der Photometerbank aufgenommen, gab mir einer Reihe von Intensitäten entsprechende Schwärzung. Durch graphische Interpolation, die noch näher beschrieben wird, wurden dann die Intensitäten gefunden, die dieselbe Schwärzung hervorbrachten, wie der schwarze Körper einer bestimmten Temperatur. Das Ganze wurde für ein höheres Temperaturbereich mit entsprechend kürzeren Expositionszeiten wiederholt.

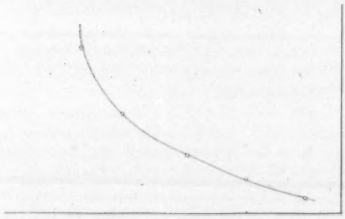
Um diese 18 Spektren auf eine Platte zu bringen, wurde der Teil der Spektren, der nicht

1) Paschen, Berl. Ber. 1899, S. 5

zur Messung herangezogen wurde, abgedeckt, und somit Platz gewonnen, der durch Umdrehen der Platte in der Kassette ausgenutzt werden konnte.

Die Lampen wurden während der 10 Expositionen von einer Akkumulatorenbatterie gespeist, wobei die Stromstärke der Lampen auf weniger als 0,01 Proz. konstant gehalten wurde. Das geschah durch geeignetes Aus- und Einschalten von Widerstand in den Lampenkreis, während die Stromstärke durch Kompensation gemessen wurde. Der angegebenen Stromschwankung entspricht nach meinen Messungen eine Intensitätsschwankung von weniger als 0,09 Proz. der gesamten Lichtintensität der Osramlampen.

Die Temperatur des Ofens wurde während der Expositionen von fünf zu fünf Minuten abgelesen und gegebenenfalls der Heizstrom regu-



liert. Über die Konstanz der Temperatur ist zu bemerken, daß Schwankungen von $+2^0$ um den beobachteten Mittelwert zu großen Seltenheiten gehörten.

Als Plattenmaterial verwendete ich meist Schleußnerplatten. Entwickelt wurde mit Brenzkatechin, wobei ich äußerst klare Platten erhielt.

Die Schwärzung der Platten wurde dann in jedem Spektrum bei zwei benachbart liegenden Wellenlängen mit einem Hartmannschen Mikrophotometer gemessen.

Die Resultate für die Spektren der Osramlampen wurden dann derart zu Kurven geordnet, daß die Photometerablesungen der Spektren gleicher Expositionszeit als Ordinaten, die Helligkeiten der Gipsplatte als Abszissen aufgetragen wurden. Die so erhaltenen Kurven hatten das Aussehen der Figur, wobei die Abweichungen der einzelnen Punkte von der durchgelegten Kurve kleiner als $+2,5$ Proz. der Intensität waren.

Die Spektra des schwarzen Körpers wurden analog angeordnet, indem als Abszissen die Temperaturen aufgetragen wurden. Die auftretenden Abweichungen waren, in Intensitäten umgerechnet, stets kleiner als $\pm 2,5$ Proz.

Der ganzen Methode kommt also ungefähr eine Unsicherheit von $+6$ Proz. zu, wenn man die Fehler bei der Temperaturmessung und Wellenlängenbestimmung hinzunimmt.

Aus den Kurven des schwarzen Körpers wurde dann eine Reihe von Punkten herausgegriffen und die diesen Schwärzungen entsprechenden Intensitäten auf den Kurven der Osramlampen graphisch interpoliert.

So erhielt ich Serien von Intensitätsverhältnissen, aus denen ich die Konstante c_2 berechnen konnte.

Da die Genauigkeit der Messungen dem Temperaturintervall, zwischen dem das Verhältnis gebildet wurde, proportional ist, so wurde bei der Mittelbildung der c_2 dieses Intervall als Gewicht eingeführt.

In der folgenden Tabelle findet man die Wellenlängen in Ångström-Einheiten, die Temperaturen in absolutem Maß angegeben.

Für die Größe c_2 findet Paschen (loc. cit.) den Wert 1444.

Bereich der Wellenlänge	Bereich der Temperatur	$c_2 \ldots$
4965/4920	1195/1333	1523
4465/4439	1268/1373	1485
3595/3575	1382/1488	1483
3358/3340	1395/1495	1488

Aus den Sitzungen der Sektion für Mathematik und Astronomie:

A. Sommerfeld (München), Die Greensche Funktion der Schwingungsgleichung für ein beliebiges Gebiet.

1. Freie und erzwungene Schwingungen. Vorgelegt sei ein beliebiges räumliches Gebiet S mit der Oberfläche σ, welches als endlich und einfach zusammenhängend vorausgesetzt werde. In diesem soll die Schwingungsgleichung

$$\Delta u + k^2 u = 0 \qquad (1)$$

so integriert werden, daß die Oberflächenbedingung

$$u = 0 \qquad (2)$$

auf σ erfüllt ist. Die Konstante k ist proportional mit der Frequenz der Schwingung.

Die Theorie der freien Schwingungen

besagt nun bekanntlich folgendes: Es gibt ein unendliches diskretes System von Eigenwerten

$$k_1,\ k_2,\ \ldots\ k_m,\ \ldots$$

und zugehörigen Eigenfunktionen

$$u_1,\ u_2,\ \ldots\ u_m,\ \ldots$$

des Gebiets (bei Pockels „ausgezeichnete Lösungen" genannt), welche im Innern von S mit ihren Ableitungen durchweg stetig sind, der Oberflächenbedingung (2) und der Differentialgleichung

$$\Delta u_m + k_m^2 u_m = 0 \qquad (1a)$$

genügen. Die Eigenfunktionen können so normiert gedacht werden, daß

$$\int u_m^2 dS = 1 \qquad (3)$$

ist. Zwischen je zweien von ihnen besteht die unmittelbar aus dem Greenschen Satz folgende Orthogonalitätsbedingung

$$\int u_m u_n dS = 0 \ \ldots\ (m \neq n). \qquad (4)$$

Eine in S willkürlich gegebene Funktion f läßt sich nach den Eigenfunktionen in Fourierscher Weise entwickeln:

$$f = \Sigma A_m u_m,\quad A_m = \int f u_m dS. \qquad (5)$$

Nimmt man die gleichmäßige Konvergenz der Reihe (5) an, so folgt der Wert des Koeffizienten A aus (3) und (4).

In einer Vorlesung über die partiellen Differentialgleichungen der Physik stellte ich mir die Aufgabe, in gleicher Allgemeinheit auch die Theorie der erzwungenen Schwingungen zu behandeln. Es genügt dabei, als einfachste Art der Anregung eine im Innern von S gelegene Einheitsquelle (vgl. Nr. 2) anzunehmen. O sei der Quellpunkt, P der Aufpunkt, in dem der Schwingungszustand berechnet werden soll. Die entstehende Verteilung der Schwingungsamplituden werde als Greensche Funktion mit G_{OP} bezeichnet. Die Schwingungsfrequenz und der zugehörige Wert der Konstanten k sei beliebig gegeben, so jedoch, daß er mit keinem der Eigenwerte k_m übereinstimmt. Auf die Greensche Funktion (punktförmige Anregung) läßt sich jede andere Art der Anregung (räumliche oder flächenhafte Verteilung von Quellpunkten) zurückführen (vgl. Nr. 4).

Es zeigt sich nun, daß die Theorie der erzwungenen Schwingungen keine neuen mathematischen Schwierigkeiten macht, nachdem für das fragliche Gebiet S das Problem der freien Schwingungen gelöst ist. Man kann nämlich den Ausdruck der Greenschen Funktion in allgemeingültiger und überaus durchsichtiger Weise aus den Eigenfunktionen und Eigenwerten des Gebiets folgendermaßen aufbauen:

$$G_{OP} = \sum \frac{u_m(O)\, u_m(P)}{k^2 - k_m^2}, \qquad (6)$$

die Summation erstreckt über das vollständige System der Eigenwerte. Diese Zurückführung der erzwungenen auf die freien Schwingungen des Gebiets läßt sich vielleicht bezeichnen als eine Art funktionentheoretischer Spektralanalyse: wie ein Stoff vollkommen charakterisiert wird durch seine Spektrallinien, d. h. durch seine freien Schwingungsfrequenzen, so wird das Verhalten eines Gebiets bei beliebigen Schwingungsvorgängen vollständig vorher bestimmt durch das Spektrum seiner freien Schwingungsmöglichkeiten.

Formel (6) bringt die folgenden Eigenschaften der Greenschen Funktion zum unmittelbaren Ausdruck:

a) Sie genügt der Differentialgleichung (1) (vgl. Nr. 3).

b) Sie erfüllt die Oberflächenbedingung (2) gliedweise, da jede Eigenfunktion $u_m(P)$ dieser Bedingung genügt.

c) Sie wird für $P = O$ unendlich (wegen der genaueren Art des Unendlichwerdens vgl. Nr. 2 und 3). Da nämlich die Konvergenz aller nach Eigenfunktionen fortschreitenden Reihen auf ihrem oszillierenden Verhalten beruht, also darin, daß die aufeinanderfolgenden Glieder der Reihe bei geeigneter Anordnung durchschnittlich entgegengesetztes Vorzeichen haben, so muß die Konvergenz versagen, wenn $P = O$, also $u_m(P)\, u_m(O)$ beständig positiv wird.

d) Es ist $G_{OP} = G_{PO}$, d. h. es gilt das allgemeine Reziprozitätsgesetz der Vertauschbarkeit von Quellpunkt und Aufpunkt (von Ursache und Wirkung).

e) Für $k = k_m$ artet die Greensche Funktion aus ($G = \infty$), entsprechend dem allgemeinen Resonanzprinzip, außer bei spezieller Lage des Quellpunkts, wenn nämlich $u_m(O) = 0$ ist und daher die kritische Eigenschwingung nicht angeregt wird. Ist k nahezu gleich k_m, so überwiegt in der Reihe das kritische Glied mit dem Nenner $k^2 - k_m^2$, falls nicht etwa die ebengenannte besondere Lage von O vorliegt.

2. Definition der Einheitsquelle. Um die Ergiebigkeit eines Quellpunkts O zu messen, wird man den fraglichen Punkt mit einer beliebig kleinen Fläche σ_0 umschließen und das Flächenintegral der äußeren Normalkomponente des Gradienten der betr. Ortsfunktion u bilden. Hiernach hat ein regulärer Punkt, für den dieses Flächenintegral offenbar ver-

schwindet, die Ergiebigkeit Null. Von der Quelle 1 wird man sprechen, wenn

$$\int_{\sigma_0} \frac{\partial u}{\partial n} d\sigma_0 = 1, \qquad (7)$$

und bei umgekehrtem Vorzeichen der rechten Seite von der Senke 1.

Indem man in (7) σ_0 als Kugelfläche von dem sehr kleinen Radius r wählt, erkennt man, daß bei der Annäherung an O

$$u = -\frac{1}{4\pi r}, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = +\frac{1}{4\pi r^2} \qquad (8)$$

werden muß. Diese Definition der Einheitsquelle wird man ebensowohl bei der Potentialgleichung wie bei der Schwingungsgleichung usw. verwenden. Auf Grund derselben sehen wir also nicht das Potential $1/r$, sondern das Potential $-1/4\pi r$ als den einfachsten Typus einer räumlichen Potentialverteilung an. Bei unserer Greenschen Funktion und ihrer Darstellung durch Gleichung (6) ist im Punkte O eine Einheitsquelle der obigen Definition vorausgesetzt. Dagegen würde, wenn wir das Verhalten in O durch $1/r$ definieren wollten, zu der Formel (6) der unschöne Faktor -4π hinzutreten.

Die hier empfohlene Wahl der Einheitsquelle entspricht genau der Wahl der elektrischen Einheiten, wie sie im Anschluß an Heaviside z. B. in der Enzyklopädie der Math. Wiss., Bd. V[1]) durchgeführt wird. Das Voranstellen der Feldverteilung und des Kraftlinienbegriffs führt hier wie dort von selbst dazu, die 4π's in die Quellen der Kraftlinien zu verlegen und die weitere Theorie davon zu säubern.

Die Definition (7) der Einheitsquelle zeigt sich auch darin sehr zweckmäßig, daß sie im ebenen oder linearen Falle sofort die entsprechende Art des Unendlich- bzw. Unstetigwerdens erkennen läßt.

Im ebenen Falle hat man um den fraglichen Quellpunkt eine kleine Kurve (Bogenelement ds_0) zu legen und daher (7) und (8) zu ersetzen durch

$$\int \frac{\partial u}{\partial n} ds_0 = 1, \quad u = \frac{1}{2\pi} \log r, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{2\pi r}. \qquad (7a)$$

Der Einheitstypus einer zweidimensionalen Potentialverteilung ergibt sich also von hier aus zu $\log r/2\pi$.

Auf den eindimensionalen Fall (Strecke auf der x-Achse) sinngemäß übertragen, lautet Gleichung (7)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_+ - \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_- = 1. \qquad (7b)$$

1) H. A. Lorentz, Maxwellsche Theorie, Art. 13, Nr. 7.

Die Indizes $+$ und $-$ deuten an, daß die Gradienten von u in zwei der Quelle O benachbarten Punkten zu nehmen sind, deren einer im Sinne der positiven, der andere im Sinne der negativen x beliebig wenig von O entfernt ist. Die Integration artet in die Summe der von O nach außen gerichteten Gradienten, d. h. in die Differenz der Differentialquotienten nach x aus. Statt des Unendlichwerdens der Funktion haben wir hier also nur den Einheitssprung im Differentialquotienten von u, während u selbst stetig bleibt.

Dieses Verhalten ist für den Fall des eindimensionalen Potentials zuerst von H. Burkhardt[1]) hervorgehoben worden und folgt, wie man sieht, unmittelbar aus unserer Definition der Einheitsquelle.

3. Begründung der Formel für die Greensche Funktion. Die im Punkte O isolierte Einheitsquelle fassen wir als Grenze einer kontinuierlichen Verteilung f von Quellen auf. Wir denken uns also eine zunächst stetige positive Funktion f im Gebiete S definiert, die im Punkte O ein steiles Maximum besitzt und unterwerfen sie der Bedingung

$$\int f dS = 1. \qquad (9)$$

Die Funktion f möge überdies von einem Parameter abhängen und, in dem Maße wie dieser einem gewissen Grenzwert zustrebt, im allgemeinen zu Null abnehmen außer im Punkte O, wo sie wegen der Bedingung (9) schließlich unendlich ansteigt. Ein solches Verhalten von f kann als Zackenfunktion bezeichnet werden. Im Limes haben wir also für einen Punkt P unseres Gebiets S:

$$\begin{aligned} f &= 0 \ \ldots \ P \neq O \\ \int f dS_0 &= 1 \ \ldots \ P = O, \end{aligned} \qquad (10)$$

wobei das letzte Integral auf eine beliebig kleine Umgebung des Punkts O beschränkt werden kann.

Wir betrachten nun statt der Differentialgleichung (1) die folgende:

$$\Delta u + k^2 u = f. \qquad (11)$$

Diese geht im Limes für alle Punkte $P \neq O$ in (1) über und bedingt für $P = O$ das Auftreten einer Einheitsquelle. Integrieren wir nämlich (11) über ein den Punkt O enthaltendes beliebig kleines Raumgebiet S_0 mit der Oberfläche σ_0, so folgt:

$$\int \Delta u dS_0 + k^2 \int u dS_0 = \int f dS_0.$$

Hier ist das zweite Glied der linken Seite von geringerer Größenordnung wie das erste und

1) Bull. soc. math. **22**. 1894.

verschwindet bei Verkleinerung des Integrationsgebiets. Das erste Glied ist nach dem Greenschen Satze (vor Ausführung des Grenzübergangs und daher auch im Limes) gleich

$$\int \frac{\partial u}{\partial n} d\sigma_0,$$

während die rechte Seite nach (10) im Limes gleich 1 wird. Die Differentialgleichung (11) verbürgt also in der Tat, entsprechend dem Kriterium (7), das Vorhandensein einer Einheitsquelle in O.

Um (11) zu integrieren, entwickeln wir f nach Gleichung (5) (natürlich vor Ausführung des Grenzübergangs) und setzen auch u in Reihenform an:

$$f = \Sigma A_m u_m, \quad u = \Sigma B_m u_m. \tag{12}$$

Wegen der Differentialgleichung (1a) für die Eigenfunktionen haben wir

$$\Delta u = -\Sigma B_m k_m^2 u_m,$$
$$\Delta u + k^2 u = \Sigma B_m (k^2 - k_m^2) u_m.$$

Die Differentialgleichung (11) verlangt also:

$$\Sigma B_m (k^2 - k_m^2) u_m = \Sigma A_m u_m,$$
$$B_m = \frac{A_m}{k^2 - k_m^2}.$$

In der Grenze wird nach Gleichung (5):

$$A_m = u_m(O) \int f dS = u_m(O),$$

da nur die unmittelbare Umgebung von O zu dem Integral A_m einen Beitrag liefert und da sich u_m im Punkte O wie überhaupt im ganzen Gebiete S stetig verhält. Im Limes wird also

$$B_m = \frac{u_m(O)}{k^2 - k_m^2}$$

und nach (12)

$$u = G_{OP} = \sum \frac{u_m(O) u_m(P)}{k^2 - k_m^2},$$

wie behauptet.

Man beachte, daß der Entwicklungssatz (5) hier nur für eine sehr spezielle Funktion, die Zackenfunktion vor Ausführung des Grenzübergangs, in Anspruch genommen wird, die durchaus analytisch gewählt werden kann. Nach Analogie mit bekannten Tatsachen bei der Fourierreihe macht daher die Konvergenz der Entwicklung für f, sowie der daraus abgeleiteten Reihe für u und ihre gliedweise Differentiation vor Ausführung des Grenzübergangs keine Schwierigkeit. Wohl aber würde die gliedweise Ausführung des Grenzübergangs in der Reihe für u in Hinsicht auf die mathematische Strenge eine genauere Untersuchung erfordern. In der Reihe für f würde die gliedweise Ausführung des Grenzübergangs ergeben

$$f = \Sigma u_m(O) u_m(P),$$

d. h. eine sicher divergente Reihe, deren allgemeines Glied für $m = \infty$ nicht verschwindet und die daher sinnlos ist. Man beachte indessen, daß unsere Ableitung mit dieser divergenten f-Reihe nicht operiert, daß sie vielmehr vor Ausführung des Limes zu der u-Reihe übergeht, die wegen des für $m = \infty$ verschwindenden Faktors $1/(k^2 - k_m^2)$ auch im Limes konvergieren kann.

4. Folgerungen und Erweiterungen. Die Einheitsquelle der Greenschen Funktion kann in akustischer Hinsicht durch eine kleine pulsierende Kugel versinnlicht werden, welche nach außen allseitig gleiche Dilatationen und Kompressionen in periodischem Wechsel überträgt. Eine solche einfache Quelle ist verschieden von der Anregung, die eine schwingende Membran (z. B. ein Stimmband) erzeugt. Diese ist vielmehr bei verschwindend kleinen Dimensionen als ein Dipol aufzufassen und durch Zusammenrücken zweier einfacher entgegengesetzt gleicher Pole zu erzeugen. Dem entspricht die folgende Darstellung für die durch einen Dipol erzwungene Schallbewegung

$$u = \sum \frac{u_m(P)}{k^2 - k_m^2} \frac{\partial u_m(O)}{\partial h}, \tag{13}$$

wo h die Richtung bedeutet, in der die beiden einfachen Pole in O zum Dipol zusammengerückt sind. Durch mehrfaches Zusammenrücken erhält man entsprechend kompliziertere Anregungen, wie sie z. B. durch eine Stimmgabel vermittelt werden.

Von der punktförmigen Anregung der Greenschen Funktion geht man andererseits in bekannter Weise zu der Anregung durch eine kontinuierliche Verteilung räumlicher Quellen und zu einer oberflächenhaften Anregung über. Beides geschieht durch den Greenschen Satz nach den Formeln

$$u = \int f G dS \text{ bzw. } u = \int U \frac{\partial G}{\partial n} d\sigma. \tag{14}$$

Im ersteren Falle sei die Ergiebigkeit der im Elemente dS enthaltenen Quelle $f dS$, an die Stelle der homogenen Differentialgleichung (1) tritt die inhomogene (11) bei beliebiger (nicht mehr als einfache Zacke zu denkender) Verteilung von f, während die Randbedingung (2) erhalten bleibt. Im letzteren Falle bleibt die homogene Differentialgleichung (1) für das Innere von S erhalten, während statt (2) die

inhomogene Oberflächenbedingung $u = U$ tritt, wo U eine willkürliche Ortsfunktion der Oberfläche σ bedeutet. Die erste Formel (14) führt mit unserem Werte von G auf die Reihe

$$u = \sum \frac{u_m(P)}{k^2 - k_m^2} \int f u_m(O) dS, \quad (14a)$$

wo nunmehr der Punkt O als variabel gedacht wird und das Innere des Gebiets S bestreicht. Wie man sieht, war es bei speziellerer Wahl von f gerade diese Reihe, von der wir in der vorigen Nr. ausgingen und durch deren Limes wir die Greensche Funktion bestimmten. Die zweite Formel (14) liefert als allgemeine Lösung der „Randwertaufgabe" für unser Gebiet S bei beliebigem k:

$$u = \sum \frac{u_m(P)}{k^2 - k_m^2} \int U \frac{\partial u_m(O)}{\partial n} d\sigma, \quad (14b)$$

wobei jetzt O ein Punkt von σ ist und bei der Integration die Oberfläche von S überstreicht. Für $k = 0$ enthält diese Gleichung die allgemeine Lösung des berühmten Dirichletschen Problems der Potentialtheorie; ihre Anwendbarkeit in speziellen Fällen setzt allerdings die Kenntnis der Eigenfunktionen und Eigenwerte voraus, die leider nur für sehr wenige Gebiete hinreichend numerisch gefördert ist. Es ist aber bemerkenswert, daß der Fall der Potentialtheorie (unendlich langsame Schwingungen) ebenso wie der Fall der Schwingungen beliebiger Frequenz sich nach einheitlichem Schema auf das Spektrum der Eigenschwingungen zurückführen läßt.

Unsere Formel erweitert sich noch nach verschiedenen anderen Richtungen, nicht nur in Hinsicht auf die Art der Anregung, sondern auch in Hinsicht auf die zugrunde gelegte Oberflächenbedingung und Differentialgleichung.

Statt der Oberflächenbedingung (2) kann man im Anschluß an die Gepflogenheiten der Wärmeleitungstheorie die allgemeinere

$$h_1 u + h_2 \frac{\partial u}{\partial n} = 0$$

zugrunde legen, in der h_1, h_2 Konstante oder auch beliebige Ortsfunktionen der Oberfläche sind. Hierin steckt mit $h_2 = 0$, $h_1 = 1$ die frühere Bedingung $u = 0$, mit $h_1 = 0$, $h_2 = 1$ die Bedingung $\partial u / \partial n = 0$. Wenn die freien Schwingungen dieser allgemeineren Bedingung gemäß definiert werden, so gilt Gleichung (6) unverändert und stellt die Greensche Funktion für dieselbe Oberflächenbedingung dar. Das Problem der Randwertaufgabe wird sich entsprechend dahin verallgemeinern, daß jetzt

$$h_1 u + h_2 \frac{\partial u}{\partial n} = h_1 U$$

auf σ gilt, und wird ebenfalls durch (14b) gelöst.

Was die Differentialgleichung betrifft, so erweitert sich unsere Methode unmittelbar auf den Fall einer beliebigen, sich selbst adjungierten Differentialgleichung 2. Ordnung von elliptischem Typus[1]). Ist dieselbe in der „Normalform" vorausgesetzt, so braucht auch an der Definition der Einheitsquelle nichts geändert zu werden. Man kann unter dem bisherigen Symbol Δ direkt einen Differentialausdruck der genannten allgemeineren Form verstehen, ohne daß sonst an unseren Betrachtungen irgend etwas geändert wird.

Unsere Darstellung der Greenschen Funktion gilt nicht nur für den dreidimensionalen, sondern genau so für den zwei- und eindimensionalen Fall. Infolge unserer allgemeinen Definition der Einheitsquelle (Nr. 2), die sich direkt auf den zwei- und eindimensionalen Fall übertragen ließ, erfüllt Gleichung (6) nicht nur die betr. Differential- und Oberflächenbedingung, sondern zeigt auch im Quellpunkte O dasjenige Verhalten (logarithmische Unendlichkeit oder Unstetigkeit in den Differentialquotienten), das für eine zwei- oder eindimensionale Einheitsquelle charakteristisch war. Der einzige Unterschied zwischen den verschieden dimensionierten Fällen besteht im folgenden: Im dreidimensionalen Falle ordnet sich die Gesamtheit der möglichen Eigenschwingungen nach drei ganzzahligen Indizes, welche einzeln von 0 bis ∞ fortschreiten und die Anzahl der Unterteilungen des Gebiets durch Knotenflächen nach den drei Dimensionen bedeuten. (Man denke etwa an die bekannten Fälle des Parallelopipeds oder der Kugel.) Die Gesamtheit der Eigenwerte wird hier am besten durch ein räumliches Punktgitter dargestellt. Im zweidimensionalen Falle dagegen schreiten die Eigenfunktionen nach zwei ganzzahligen Indizes fort, welche bei der schwingenden Membran die Anzahl der Unterteilungen durch die Knotenlinien bedeuten, und die Eigenwerte werden durch ein ebenes Punktgitter veranschaulicht. Im eindimensionalen Fall gibt es nur eine einfache Serie von Eigenwerten und Eigenfunktionen. Nur in diesem Falle ist die Reihe (6) übersichtlicherweise als einfache Summe zu schreiben und sind ihre einzelnen Glieder durch

1) Man vergleiche hierzu meinen Artikel über Randwertaufgaben in der Enzykl. d. Math. Wiss. Bd. II, Nr. 2 und 3, wo die Erweiterung der Greenschen Methoden auf allgemeine lineare Differentialausdrücke wohl zum ersten Male auseinandergesetzt wird.

einen ganzzahligen Index m zu unterscheiden, wie es bisher der Kürze halber allgemein geschah. Dagegen ist im zwei- und dreidimensionalen Falle diese Reihe zweckmäßiger als Doppel- oder dreifache Summe zu ordnen, unter Benutzung von zwei oder drei ganzzahligen Indizes. Die letzteren mögen im dreidimensionalen Falle m, n, l heißen; statt k_m und u_m wird man daher besser k_{mnl} und u_{mnl} und statt des Zeichens $\Sigma^{(m)}$ in (6) für diesen Fall $\Sigma^{(m)}\Sigma^{(n)}\Sigma^{(l)}$ schreiben.

Hieran schließt eine Bemerkung über die Konvergenz der Reihe (6) im ein-, zwei- und dreidimensionalen Falle. Im eindimensionalen Falle ist die Reihe (6) absolut konvergent, im zwei- und dreidimensionalen Falle nur bedingt konvergent.

Im ersteren Falle reicht nämlich das Anwachsen des Nenners $k^2 - k_m^2$ für die Konvergenz aus, da k_m asymptotisch wie m, der Nenner also wie m^2 unendlich wird. In den letzteren Fällen wird, wie ich nicht zweifle[1]), $k_m^2{}_{,n}$ bzw. $k_m^2{}_{,n,}$ ebenfalls stets quadratisch in m, n bzw. l unendlich. Ein solches Anwachsen genügt aber bekanntlich nicht, um eine Doppelreihe nach m, n bzw. eine dreifache nach m, n, l konvergent zu machen. Vielmehr muß hier noch der Vorzeichenwechsel des Zählers $u_{m,n}(P)\,u_{m,n}(O)$ als wesentlich hinzukommen, wie er bei naturgemäßer Anordnung durch den oszillatorischen Charakter der Reihen verbürgt wird.

Damit hängt es zusammen, daß im Quellpunkte, wo die Oszillationen versagen, die Greensche Funktion im eindimensionalen Falle endlich bleibt (vgl. Nr. 2), dagegen im zwei- und dreidimensionalen Falle von zunehmender Ordnung unendlich wird.

5. Anwendung. Als Beispiel betrachten wir die (idealisierte) Schallbewegung in einem rechtwinklig-parallelopipedischen Raum von den Kantenlängen a, b, c. Für das Geschwindigkeitspotential u derselben haben wir an den als vollkommen starr und eben vorausgesetzten Wänden die Bedingung

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0,$$

die sich unter die in der vorigen Nr. betrachtete verallgemeinerte Oberflächenbedingung unterordnet. Der Umstand, daß in Wirklichkeit die Wände immer etwas nachgiebig und uneben, sowie daß die Schallbewegung nie ungedämpft ist, macht es allerdings zweifelhaft, ob durch unsere Formeln das bekanntlich noch sehr im Argen liegende Problem der Akustik der Räume wirklich gefördert wird.

Die Schallbewegung bestehe in einem andauernden musikalischen Ton, dessen Frequenz durch k gegeben ist. Indem wir mit der Greenschen Funktion G rechnen, betrachten wir zunächst eine im Punkte $O(x_0\,y_0\,z_0)$ gelegene einfache Schallquelle. Von dieser geht man zu dem Geschwindigkeitspotential u einer wirklichen Schallquelle (Doppelquelle) nach dem Schema der Gleichung (13) über.

Die Eigenschwingungen unseres Gebiets lauten bei der Randbedingung $\partial u/\partial n = 0$, wenn die Wände des Raumes $x = (0, a)$, $y = (0, b)$, $z = (0, c)$ sind:

$$u_{mnl} = \sqrt{\frac{2}{a}\frac{2}{b}\frac{2}{c}} \cos\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b} \cos\frac{l\pi z}{c},$$

die Eigenwerte also

$$k_{mnl}^2 = \pi^2\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}\right).$$

Im Falle einer oder mehrere der Indizes m, n, l gleich 0 sind, bringt es unsere Normierung mit sich, daß einer oder mehrere der Faktoren $\sqrt{2}$ im Ausdruck der Eigenfunktionen fortfallen. Gleichung (6) ergibt nun:

$$G = \frac{1}{abc} \sum_{-\infty}^{\infty}\sum_{-\infty}^{\infty}\sum_{-\infty}^{\infty} \Sigma^{(m)}\Sigma^{(n)}\Sigma^{(l)} \cos\frac{m\pi x_0}{a} \cos\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y_0}{b} \cos\frac{n\pi y}{b} \cos\frac{l\pi z_0}{c} \cos\frac{l\pi z}{c} \Big/ k^2 - \pi^2\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}\right). \tag{15}$$

Die Ausnahmestellung, welche die Indizes 0 haben, ist dadurch behoben, daß wir die Summationen nicht von 0 bis ∞, sondern von $-\infty$ bis $+\infty$ erstrecken.

Man kann dasselbe Problem bekanntlich durch sukzessive Spieglung des Quellpunkts O an den Wänden lösen. Auch auf diesem Wege ergibt sich G als eine dreifach unendliche Summe, aber von völlig anderer Bauart wie die obige; das allgemeine Glied würde alsdann nämlich lauten:

$$\frac{\cos kR}{R},$$

wo R den Abstand des Aufpunkts von dem gerade betrachteten Spiegelpunkte bedeutet. Die Identität beider Lösungen läßt sich verifizieren durch Umformung der beiderlei dreifachen Summen in komplexe Integrale.

Durch Gleichung (15) wird die Schallstärke für jeden individuellen Aufpunkt unseres Raums

1) Der allgemeine und strenge Nachweis dieses asymptotischen Verhaltens der Eigenwerte scheint mir ein wichtiges und dankbares mathematisches Problem.

bei beliebiger Lage des Quellpunkts und beliebiger Tonhöhe gegeben. Zu einem übersichtlicheren, wenn auch weniger vollständigen Resultat wird man gelangen, wenn man nach der mittleren Schallstärke im ganzen Raum fragt, die also ein Maß liefern wird für den Widerhall oder das Ansprechen des Raumes auf die fragliche Tonhöhe. Es ist dabei bequemer, die Frage zunächst für ein beliebiges Gebiet S zu stellen und erst zum Schluß auf den parallelopipedischen Raum überzugehen.

Die gesamte im Raum S enthaltene kinetische Energie ist, wenn u das Geschwindigkeitspotential bedeutet, im wesentlichen gegeben durch:

$$E = \int \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \right) dS$$

oder nach dem Greenschen Satz (das Oberflächenintegral verschwindet wegen $\partial u / \partial n = 0$):

$$-\int u \Delta u \, dS = +k^2 \int u^2 dS.$$

Setzen wir aus Gleichung (6) ein und integrieren u^2 gliedweise aus, so fallen alle Produktglieder fort wegen (4):

$$\int u_m(P) u_n(P) dS = 0 \;\; . \;\; m \neq n$$

und es wird nach (3):

$$\int u_m^2(P) dS = 1.$$

Daher

$$E = k^2 \Sigma_{(m)} \frac{u_m^2(O)}{(k^2 - k_m^2)^2}$$

und die mittlere Energie

$$E_m = \frac{E}{S} = \frac{k^2}{S} \sum_{(m)} \frac{u_m^2(O)}{(k^2 - k_m^2)^2}. \qquad (16)$$

(Statt u_m wäre du_m/dh zu setzen [vgl. Gleichung (13)], wenn wir von der einfachen zu der der Wirklichkeit mehr entsprechenden Doppelquelle übergehen wollen.)

Wir denken uns nun E_m als Ordinate zur Abszisse k aufgetragen und erhalten so die „Resonanzkurve" $E_m(k)$ unseres Gebiets. Dieselbe hat an jeder Stelle $k = k_m$ eine Unendlichkeitsstelle zweiter Ordnung, gegeben durch das Glied

$$\frac{k^2}{S} \frac{u_m^2(O)}{(k^2 - k_m^2)^2} = \frac{1}{4S} \frac{u_m^2(O)}{(k - k_m)^2};$$

eine solche kann nur bei besonderer Lage der Quelle in Fortfall kommen, wenn nämlich O auf einer Knotenfläche der fraglichen $m$ten Eigenfunktion liegt. Auch die Stelle $k = 0$ ist eine Unendlichkeitsstelle zweiter Ordnung, da bei unserer Randbedingung der Grundton des Gebiets $k_0 = 0$; da die zugehörige Eigenfunktion u_0 offenbar eine Konstante und zwar wegen ihrer Normierung gleich $S^{-1/2}$ wird, so ergibt sich als Art des Unendlichwerdens für $k = 0$:

$$\lim_{k=0} E_m = \frac{k^2}{S} \cdot \frac{S^{-1}}{k^4} = \frac{1}{S^2 k^2}.$$

Die Unendlichkeitsstellen der Resonanzkurve häufen sich für $k = \infty$.

Für unser Parallelopiped wird

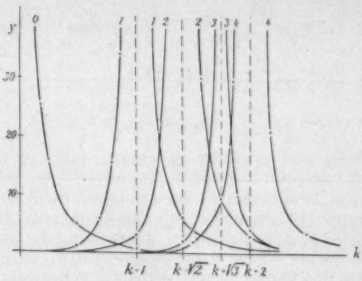
$$E_m = \frac{k^2}{a^2 b^2 c^2} \sum_{-\infty}^{\infty}{}_{(m)} \sum_{-\infty}^{\infty}{}_{(n)} \sum_{-\infty}^{\infty}{}_{(l)} \frac{\cos^2 \frac{m\pi x_0}{a} \cos^2 \frac{m\pi y_0}{b} \cos^2 \frac{l\pi z_0}{c}}{\left(k^2 - \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}\right)\right)^2}.$$

Liegt die Quelle speziell in einer Ecke des Raums, so ergibt sich einfacher:

$$E_m = \frac{k^2}{a^2 b^2 c^2} \sum_{-\infty}^{+\infty}{}_{(m)} \sum_{-\infty}^{+\infty}{}_{(n)} \sum_{-\infty}^{+\infty}{}_{(l)} \frac{1}{\left(k^2 - \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}\right)\right)^2}. \qquad (17)$$

Diese Reihe ist, ebenso wie die vorherige, absolut konvergent und kann zur numerischen Berechnung der Resonanzkurve dienen.

Wir nehmen dabei etwa $a = b = c = \pi$ und tragen als Ordinaten y die einzelnen Glieder der Reihe (17) auf, jedes multipliziert mit $a^2 b^2 c^2$. Wegen der Wahl des Quellpunkts in einer Ecke, die bei unserer Randbedingung für jede Partialschwingung einen Bauch ergibt, treten alle möglichen Partialschwingungen mit vollem Betrage auf, wobei aber wegen $a = b = c$ einzelne derselben zusammenfallen („mehrfach ausgezeichnete Werte"). In der Figur sind die folgenden Reihenglieder dargestellt:



$$y_0 = \frac{1}{k^2}, \quad k_{000} = 0:$$

$$y_1 = \frac{3k^2}{(k^2 - 1)^2}, \quad k_{100} = k_{010} = k_{001} = 1;$$

$$y_2 = \frac{3k^2}{(k^2-2)^2}, \quad k_{110} = k_{101} = k_{011} = \sqrt{2};$$

$$y_3 = \frac{k^2}{(k^2-3)^2}, \quad k_{111} = \sqrt{3};$$

$$y_4 = \frac{3k^2}{(k^2-4)^2}, \quad k_{200} = k_{020} = k_{002} = 2.$$

Zu y_0 und y_3 gehört ein einfach, zu y_1, y_2, y_4 ein dreifach zählender Eigenwert. In der Figur kommt dies in der geringeren Breite der Kurve 33 gegenüber den Nachbarkurven 22 und 44 zum Ausdruck. Indem man die gezeichneten Einzelkurven zusammensetzt, erhält man den Verlauf unserer vollständigen Resonanzkurve für kleine Werte von k, d. h. für tiefe Töne.

Weitere Anwendungen für zwei- und eindimensionale Fälle finden sich in einer etwas ausführlicheren Darstellung desselben Gegenstandes im Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung. Ebendaselbst bespreche ich die Ausdehnung der Methode auf das Äußere von geschlossenen Gebieten, das für die meisten physikalischen Fragestellungen (Beugungstheorie, elektrische Schwingungen) wichtiger ist, wie das hier behandelte ganz im Endlichen gelegene und mathematisch leichter zugängliche Innere.

6. Literarisches. Unser Verfahren unterscheidet sich grundsätzlich von der seit Fourier in die mathematische Physik eingeführten klassischen Methode in folgendem Punkte: Bei Fourier wird die gesuchte Lösung der Differentialgleichung aus Partikularlösungen derselben Differentialgleichung aufgebaut, hier aus Lösungen der mit der vorgelegten Differentialgleichung organisch zusammenhängenden, aber von ihr verschiedenen Differentialgleichung der Eigenfunktionen.

Im Kap. VII der Théorie de la chaleur behandelt Fourier eine Randwertaufgabe für ein rechtwinkliges Parallelopiped, und zwar unter den besonderen Verhältnissen $b = c$, $a = \infty$, $k = 0$ (Potentialgleichung), indem er für die Begrenzungsfläche $x = 0$ eine inhomogene, für die übrigen Flächen eine homogene Ausstrahlungsbedingung vorschreibt. Wir wollen das Fouriersche Resultat vergleichen mit der im Sinne der vorigen Nr. nach unserer Methode anzuschreibenden Lösung, indem wir der besseren Übersicht wegen beliebige Kantenlängen a, b, c zugrunde legen und die Grenzbedingungen folgendermaßen vereinfachen:

für $x = 0 \ldots \quad u = 1$
für $x = a$, $y = 0$, $y = b$, $z = 0$, $z = c \ldots$
$u = 0$.

An der Fourierschen Spezialisierung $k = 0$ wollen wir festhalten, um bei dieser Gelegenheit auch ein Beispiel für das oben (Nr. 4) angezogene Dirichletsche Problem zu geben.

Fourier verfährt folgendermaßen: Eine Lösung, welche den sämtlichen Randbedingungen außer derjenigen für $x = 0$ genügt, ist bei ganzzahligem n und l:

$$v_{nl} = \sin q(a-x) \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{c};$$

sie genügt auch der Differentialgleichung

$$\Delta v = 0,$$

wenn gewählt wird:

$$q = i\pi \sqrt{\frac{n^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}}. \tag{18}$$

Auf der Begrenzungsfläche $x = 0$ läßt sich nun eine willkürliche Funktion von y und z darstellen in der Form:

$$\Sigma\Sigma C_{nl} v_{nl} =$$
$$\Sigma^{(n)} \Sigma^{(l)} A_{nl} \frac{\sin q(a-x)}{\sin qa} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{c}.$$

Soll diese willkürliche Funktion im besonderen gleich 1 sein, so hat man wegen der Fourierschen Koeffizientendarstellung zu wählen:

$$A_{nl} = \begin{cases} 0 \ldots n \text{ oder } l \text{ gerade}, \\ \dfrac{16}{nl\pi^2} \ldots n \text{ und } l \text{ ungerade}. \end{cases}$$

Daher ergibt sich als Lösung des Problems im Fourierschen Sinne:

$$u = \frac{16}{\pi^2} \sum_{1,3,5\ldots}^{(n)} \sum_{1,3,5\ldots}^{(l)} \frac{1}{nl} \frac{\sin q(a-x)}{\sin qa} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{c}. \tag{18a}$$

Verfahren wir dagegen nach unserer Methode, so haben wir von den Eigenfunktionen bei der Grenzbedingung $u = 0$ auszugehen. Diese lauten ähnlich wie diejenigen bei der Grenzbedingung $\partial u/\partial n = 0$ in der vorigen Nr.:

$$u_{mnl} = \sqrt{\frac{2}{a}\frac{2}{b}\frac{2}{c}} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{c},$$

bei gleicher Größe der zugehörigen Eigenwerte wie dort. Tragen wir diese u_{mnl} in die Formel (14b) ein, so wird für die Begrenzungsfläche $x = 0$

$$\frac{\partial u_m(0)}{\partial n} = -\frac{\partial u_{mnl}}{\partial x} =$$
$$-\frac{m\pi}{a} \sqrt{\frac{2}{a}\frac{2}{b}\frac{2}{c}} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{c}$$

und, da auf dieser $U = 1$, auf allen übrigen $U = 0$ sein sollte:

$$\int U \frac{\partial u_m(O)}{\partial n}\, d\sigma = -\int_o^b dy \int_o^c dz \frac{\partial u_{mnl}}{\partial x} = -\frac{m\pi}{a}\frac{bc}{nl\pi^2}\sqrt{\frac{2}{a}\frac{2}{b}\frac{2}{c}}\,(1-(-1)^n)(1-(-1)^l);$$

dies verschwindet nur dann nicht, wenn n und l beide ungerade sind, in welchem Falle die beiden letzten Faktoren je gleich 2 werden. Aus (14b) ergibt sich daher für $k=0$:

$$u = \frac{32}{a^2\pi}\sum_{1,3,5\ldots}^{(m)}\sum_{1,3,5\ldots}^{(n)}\sum^{(l)}\frac{m}{nl}\,\frac{\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}\sin\frac{l\pi z}{c}}{\pi^2\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}+\frac{l^2}{c^2}\right)}. \qquad (18b)$$

Vergleichen wir dies Resultat mit (18a), so sehen wir: unsere Lösung zeichnet sich vor der Fourierschen durch Symmetrie und Rationalität aus (das in q enthaltene Wurzelzeichen, Gleichung (18), wird bei ihr vermieden). Unsere Formel geht für das Intervall $0<x<a$ in die Fouriersche durch Summation nach dem Index m, resp. die Fouriersche in die unsrige durch eine Art Partialbruchzerlegung über. Trotzdem darf man sagen, daß die beiderlei Methoden innerlich verschieden sind, indem sie bei dem Aufbau der vollständigen Lösung von anders gearteten Elementarlösungen ausgehen.

In der physikalischen Literatur finde ich den Grundgedanken unsrer Methode für einen besonderen Fall (Plattenschwingungen) bei kontinuierlich verteilter Anregung) klar ausgesprochen bei P. Debye[1]); die allgemeine Darstellung der Greenschen Funktion kommt hier indessen naturgemäß nicht vor. Das Pockelssche Werk beschränkt sich bei der Behandlung der erzwungenen Schwingungen (Teil IV § 6) auf spezielle Gebiete und gibt für diese nur die Fouriersche Methode der Reihendarstellung.

Aus der mathematischen Literatur wäre zunächst eine große Arbeit von Poincaré[2]) zu nennen. In dieser wird ganz ähnlich wie hier die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung (erzwungene Schwingung bei kontinuierlicher Quellenverteilung f) aus den Lösungen der homogenen Gleichung (freie Schwingungen) aufgebaut resp. die Existenz dieser aus der Behandlung jener erschlossen. Der Grenzübergang zur Zackenfunktion f und zur Greenschen Funktion der Schwingungsgleichung, die nur ihrer allgemeinen Definition nach genannt wird, wird indessen auch hier nicht vollzogen.

Dagegen hat die neuere Theorie der Integralgleichungen, wie ich aus gefälligen Mitteilungen der Herren Haar, Hilb und Hilbert gelernt habe, zu einer allgemeinen Darstellung des „Kernes" einer Integralgleichung geführt, die sich mit unserer Formel für die Greensche Funktion deckt. E. Schmidt gibt in seiner Dissertation[3]) die folgende Darstellung eines symmetrischen Kernes $K(s,t)$ durch die Eigenfunktionen $\varphi_\nu(s)$, $\varphi_\nu(t)$ und die Eigenwerte λ_ν; welche zu der Integralgleichung

$$\varphi(s) = \lambda\int_a^b K(s,t)\,\varphi(t)\,dt \qquad (19)$$

gehören: $$K(s,t) = \sum\frac{\varphi_\nu(s)\,\varphi_\nu(t)}{\lambda_\nu}. \qquad (20)$$

Den Zusammenhang dieser Formeln mit unserem ursprünglichen Problem vermittelt in bekannter Weise der Greensche Satz. Für irgend zwei innerhalb eines Raumgebietes S definierte Funktionen u und v gilt danach:

$$\int(u\,\Delta v - v\,\Delta u)\,dS = \int\left(u\frac{\partial v}{\partial n} - v\frac{\partial u}{\partial n}\right)d\sigma,$$

u und v mögen beide auf σ verschwinden (oder einer ähnlichen homogenen Randbedingung genügen), so daß der Beitrag der äußeren Begrenzung von S zur rechten Seite verschwindet. Besitzt u im Innern von S einen Quellpunkt O der Ergiebigkeit 1, so liefert dieser zur rechten Seite den Beitrag $v(O)$. Wählt man nun dementsprechend $u = G_{OP}$, $v = u_m$ d. h. gleich einer durchweg stetigen Eigenfunktion des Gebietes, so hat man nach der vorstehenden Greenschen Gleichung $u_m(O) = (k^2 - k_m^2)\int_S u_m(P)\,G_{OP}\,dS_P$,

d. h. die Eigenfunktion u_m genügt einer Integralgleichung der Form (19), deren Kern die Greensche Funktion der Schwingungsgleichung ist; der Parameterwert λ wird dabei vertreten durch $k^2 - k_m^2$, das in (19) linear gedachte Intervall (a, b) für die Variabeln s und t durch das Raumgebiet S für die Veränderlichkeit der Punkte O und P. Daraufhin wird die Gleichung (20) identisch mit unserer Formel (6) für die Greensche Funktion.

Bei Hilbert scheint die fragliche Darstellung nur in der integrierten Form vorzukommen:

$$\int_a^b\int_a^b K(s,t)\,x(s)\,y(t)\,ds\,dt =$$

$$\sum\frac{1}{\lambda_\nu}\int_a^b x(s)\,\varphi_\nu(s)\,ds\int_a^b y(t)\,\varphi_\nu(t)\,dt.$$

1) Ann. d. Phys. **25**, 819, 1908.
2) Circolo matematico di Palermo **8**, 1894.
3) Göttingen 1905.

Wählt man hier die beliebigen stetigen Funktionen $x(s), y(t)$ gleich den Eigenfunktionen $\varphi_\nu(s)$, $\varphi_\nu(t)$, so ergibt sich einfach:

$$\int_a^b \int_a^b K(s,t)\,\varphi_\nu(s)\,\varphi_\nu(t)\,ds\,dt = \frac{1}{\lambda_\nu},$$

was wiederum mit Gleichung (20) und daher, in dem oben erläuterten Sinne, auch mit unserer Gleichung (6) übereinstimmt.

Es bedarf kaum der Erwähnung, daß in der Theorie der Integralgleichungen diese Beziehungen in ganz anderem Umfange bewiesen und mathematisch präzisiert werden, wie in unserer Darstellung, die die Existenz der Eigenfunktionen und (bis zu einem gewissen Grade) auch die Entwickelbarkeit einer willkürlichen Funktion nach ihnen als physikalisch plausibel von Anfang an voraussetzte.

Aus der gemeinsamen Sitzung der Sektionen für Mathematik, Physik und mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht (Historische Vorträge über Bessel und Neumann):

A. Wangerin (Halle a. S.), Franz Neumann als Mathematiker.

Fünfzehn Jahre sind verflossen, seit Franz Neumann hochbetagt, in einem Alter, das zu erreichen nur wenigen Sterblichen beschieden ist, die müden Augen schloß; er hat seinen nur 14 Jahre älteren Schwager Bessel fast um 50 Jahre überlebt. Im Herbst des Jahres 1826 siedelte er von Berlin nach Königsberg über, um sich auf Veranlassung des preußischen Kultusministeriums, das ihm eine Remuneration von 200 Talern jährlich gewährte, hier zu habilitieren. Zur Reise von Berlin hierher hatte er fast so viel Tage nötig, als man heute mit dem Schnellzuge Stunden gebraucht. Nur ungern ging er nach Königsberg; viel lieber hätte er sich in Berlin oder Breslau habilitiert; und bei seiner Herkunft hoffte er, nach wenigen Jahren Königsberg wieder verlassen zu können. Es bedurfte einiger Jahre, bis er sich hier wohl und heimisch fühlte; dann aber hatte er hier so feste Wurzeln geschlagen, daß er mehrmals Rufe nach außerhalb (zwei nach Dorpat, einen nach Petersburg) trotz sehr glänzender äußerer Bedingungen ausschlug. Fünfzig Jahre hat er an der hiesigen Universität als Lehrer gewirkt, $1^1/_2$ Jahre als Dozent, 1 Jahr als Extraordinarius, dann als Ordinarius für Physik nnd Mineralogie; und auch als er, 78 Jahre alt, seine Vorlesungen aufgab, blieb er noch weitere 19 Jahre eine Zierde der Hochschule.

Schon im Anfang seiner Königsberger Wirksamkeit erkannte Bessel seine wissenschaftliche Bedeutung; er empfahl ihn, und zwar längere Zeit, bevor er zu ihm in ein verwandtschaftliches Verhältnis trat, dem Ministerium mit folgenden Worten: „Sein Reichtum an Kenntnissen, die Umsicht, womit er seine wissenschaftlichen Untersuchungen führt, der Eifer und die Ausdauer, welche er darauf verwendet, sind so groß, daß ich sicher vorauszusehen glaube, daß er unter den mathematischen Physikern bald eine der ersten Stellen einnehmen wird."

Diese Prophezeiung Bessels ist in vollstem Maße in Erfüllung gegangen. Will man in großen Zügen seine Leistungen würdigen, so kann man es nicht besser als mit den Worten, die bei seinem 50jährigen Doktorjubiläum die Breslauer philosophische Fakultät an ihn gerichtet hat:

„Ein weites Gebiet der Naturwissenschaften erfuhr durch Ihre Arbeiten wesentliche Förderung; die verschiedensten Disziplinen bereicherte Ihr Scharfsinn und Ihr unermüdlicher Eifer mit wichtigen Entdeckungen und wertvollen Theorien. Schon vor jenem Tage, dessen fünfzigste Wiederkehr heute gefeiert wird, fanden Sie die Gesetze und Regeln, welche seitdem die Grundlage der Kristallographie bilden. Die Mineralogie förderten Sie durch spezielle Untersuchungen, welche noch jetzt den Forschern als Muster gelten. Der Chemie lieferten Sie durch Ihre Untersuchungen über die spezifische Wärme eines ihrer wichtigsten Gesetze. Die Physik verdankt Ihnen die Kenntnis der mathematischen Gesetze der elektrischen Induktion; hauptsächlich durch Ihre Arbeiten erlangte man Klarheit über die Reflexion und Brechung, über die Polarisation und über die doppelte Strahlenbrechung des Lichtes. Doch es wäre vergeblich, die vielen Beiträge, welche diese Ihre bevorzugte Wissenschaft, und auch diejenigen, welche die reine Mathematik aus der Fülle Ihrer Gedanken erhielt, aufzuzählen. Die wahre Größe Ihrer Verdienste liegt bei allen diesen Arbeiten darin, daß in Deutschland Sie der ersten und besten einer waren, welche der Physik die mathematische Analyse dienstbar machten und sie von dem Standpunkt der bloßen Empirie zu dem Range einer exakten Wissenschaft erhoben."

Aber nicht allein auf seinen Abhandlungen beruht seine Bedeutung für die Wissenschaft; tiefer noch und nachhaltiger als durch seine Arbeiten hat er als akademischer Lehrer gewirkt. Seine Vorlesungen waren die ersten und lange Zeit die einzigen in Deutschland, die das ganze Gebiet der theoretischen Physik umfaßten. Derartige Vorlesungen waren bis in die sechziger Jahre des vorigen Jahrhunderts an keiner anderen

deutschen Universität zu finden. Kein Wunder daher, daß auch aus weiter Ferne junge Männer nach Königsberg kamen, um von ihm in die neue Disziplin eingeführt zu werden. Während Königsberg im vorigen Jahrhundert im allgemeinen eine reine Provinzial-Universität war, an der man kaum einen Studierenden fand, dessen Heimat nicht Ost- oder Westpreußen gewesen wäre, war das anders für die Studierenden der Astronomie, Mathematik und Physik. In den Vorlesungen über diese Disziplinen, sah man neben den aus der Provinz Preußen stammenden Zuhörern solche aus allen Teilen Deutschlands, ja über dessen Grenzen hinaus, aus der Schweiz, aus Rußland, Ungarn und Galizien. Zum Teil waren das ältere Leute, die schon an anderen Universitäten ihre Studien abgeschlossen hatten, selbst Universitätslehrer befanden sich unter ihnen. Zuerst hatte Bessel Astronomen von weit her nach Königsberg gezogen, seit der Mitte der dreißiger Jahre kamen Mathematiker und Physiker dazu, um Jacobi und Neumann zu hören. Seit Jacobis Scheiden von Königsberg im Jahre 1843, und nachdem Bessel 1846 gestorben, war es Neumann allein, der auch weiterhin, bis in die Mitte der siebziger Jahre, diese Anziehungskraft ausübte. Er war seit Mitte der vierziger Jahre das anerkannte Haupt der Königsberger Schule, aus der eine stattliche Reihe späterer Professoren hervorgegangen ist; es gibt kaum eine Universität in Deutschland, an der nicht einer derselben gewirkt hätte.

Die Bedeutung Neumanns als Forscher und Lehrer rechtfertigt es, wenn er hier, an der Stelle seiner segensreichen Wirksamkeit, neben Bessel gefeiert wird. Freilich reicht die einem einzelnen Vortrage zugemessene Zeit nicht aus, seinen Verdiensten nach allen Richtungen gerecht zu werden. Ich muß mich darauf beschränken, nur eine Seite seiner wissenschaftlichen Tätigkeit hervorzuheben, und will dabei vorzugsweise auf seine rein mathematischen Arbeiten, die zum Teil wenig bekannt sind, eingehen. Zum Schluß will ich dann kurz schildern, wie auch in seinen mineralogischen und physikalischen Arbeiten der kenntnisreiche und durchgebildete Mathematiker hervortritt.

Als Mathematiker war Neumann durchaus Autodidakt. An der Berliner Universität, die er im Herbst 1817 bezog (vorher hatte er als freiwilliger Jäger den Feldzug von 1815 mitgemacht, war bei Ligny schwer verwundet und nach seiner Genesung 1816 auf die Schulbank zurückgekehrt), widmete er sich auf Wunsch seines Vaters zuerst der Theologie und hörte daneben juristische Vorlesungen. Im Frühjahr 1818 vertauschte er Berlin mit Jena und begann hier mathematische und naturwissenschaftliche Studien zu treiben; doch suchte er sich nicht sowohl durch den Besuch von Vorlesungen, als durch Privatstudien zu bilden. Er sagt darüber in einem an das preußische Unterrichtsministerium gerichteten Unterstützungsgesuch: „Auch ist mein Fleiß mehr im eigenen Studieren, als im Besuch der Vorlesungen zu finden, da ich Mathematik studiere, die Vorlesungen darüber sich aber nur auf die niederen Teile erstrecken.“ Auch als er nach seiner Rückkehr nach Berlin im Jahre 1819 sich endgültig den Naturwissenschaften zuwandte, war er hinsichtlich seiner mathematischen Studien ganz auf sich selbst angewiesen; namentlich aus dem Studium der Werke Fouriers und anderer französischer Mathematiker schöpfte er seine mathematischen Kenntnisse. Ein Versuch, eine mathematische Vorlesung zu hören, mißlang, da der betreffende Professor, um die Vorlesung nicht zustande kommen zu lassen, sie so hielt, daß er etwa erscheinende Zuhörer völlig abschreckte. Erhebliche wissenschaftliche Förderung erfuhr Neumann überhaupt nur von einem seiner Lehrer, dem Mineralogen Chr. S. Weiß; er sagt von diesem: „Ich kann wohl sagen, er war der einzige, bei dem ich etwas lernte.“ Unter dem Einfluß von Weiß wandte sich Neumann zunächst hauptsächlich der Mineralogie zu. Auch seine ersten Arbeiten sind mineralogisch-kristallographischen Inhalts, allerdings mit einem starken mathematischen Einschlag.

Übrigens waren Neumanns äußere Umstände während seiner Studienzeit äußerst ungünstige. Fast von allen Mitteln entblößt, mußte er auf das dürftigste sein Leben fristen. Daß er trotz der großen Entbehrungen, die er sich auferlegen mußte, in seinem wissenschaftlichen Streben nicht erlahmte, ist bewunderungswürdig.

Daß sich Neumann, während er in der ersten Hälfte der zwanziger Jahre des vorigen Jahrhunderts vorzugsweise mineralogische und kristallographische Studien trieb, daneben auch mit reiner Mathematik beschäftigte, zeigt eine geometrische, nur wenig bekannt gewordene Arbeit „De tactionibus atque intersectionibus circulorum et in plano et in sphaera sitorum, sphaerarum atque conorum ex eodem vertice pergentium. Commentatio geometrica. Berolini MDCCCXXV.“ Diese 1826 in Band XVIII der Okenschen Zeitschrift Isis abgedruckte Abhandlung war Ende des Sommersemesters 1825 der Berliner philosophischen Fakultät als Promotionsschrift eingereicht. In dieser Arbeit werden zunächst in höchst eigenartiger Weise die Begriffe der Ähnlichkeitspunkte zweier Kreise, der Potenzlinie derselben, dann die Hauptsätze über Pol und Polare eines Kreises entwickelt, ohne daß jedoch diese Namen gebraucht werden.

Auf diese Begriffe, denen jedesmal die analogen für Kugeln an die Seite gestellt werden, und die über dieselben abgeleiteten Sätze gestützt, gibt Neumann eine Konstruktion der Aufgabe des Apollonius, die im wesentlichen mit der Konstruktion von Gaultier, bzw. der mit dieser nahe verwandten von Gergonne (beide waren Neumann damals nicht bekannt) übereinstimmt; sodann eine Konstruktion der Kugeln, welche vier gegebene Kugeln berühren. Es folgt die Aufgabe, die Kreise zu konstruieren, welche drei der Größe und Lage nach gegebene Kreise unter drei gegebenen, voneinander verschiedenen Winkeln schneiden, sodann die analoge Aufgabe für den Raum, d. h. die Ermittelung der Kugeln, welche vier gegebene Kugeln unter vier gegebenen Winkeln schneiden.

Der zweite Abschnitt behandelt die Bestimmung der geraden Kegel, welche drei gegebene gerade Kegel mit demselben Scheitel berühren oder unter gegebenen Winkeln schneiden. Im dritten Abschnitt werden die Aufgaben, die im ersten in bezug auf Kreise der Ebene besprochen waren, auf die Kugelfläche übertragen. Der vierte Abschnitt endlich bespricht spezielle Fälle der allgemeinen Aufgaben, indem Punkte oder gerade Linien an Stelle der ebenen Kreise, Punkte oder größte Kugelkreise an Stelle der kleinen Kugelkreise treten.

Diese Abhandlung fand, obwohl Neumann auf Grund derselben zur mündlichen Prüfung zugelassen wurde, bei den damaligen Examinatoren nicht die Annerkennung, die sie verdiente, weshalb Neumann sie nachträglich durch eine kristallographische „De lege zonarum etc." ersetzte. Ganz anders als das der Examinatoren lautet das Urteil von Weierstraß, der wiederholt jene Arbeit als hervorragende bezeichnete und ihr Studium warm empfahl. Zur Würdigung der in Rede stehenden Arbeit muß man erwägen, daß sie im Jahre 1825 vollendet ist, also vor dem Erscheinen der ersten Arbeiten von Steiner, dessen 1826 geschriebene Abhandlung „Einige geometrische Betrachtungen" die von Neumann an die Spitze seiner Arbeit gestellten Begriffe in ganz ähnlicher Weise entwickelt. Auch die Anwendung jener Begriffe auf das Problem des Apollonius und dessen Erweiterungen erwähnt Steiner, behält sich aber die Ausführung der Konstruktionen für eine besondere Schrift vor. Man muß ferner beachten, daß Neumann, wie aus der Einleitung seiner Arbeit hervorgeht, die Arbeiten der zeitgenössischen französischen Geometer, die die Aufgabe des Apollonius betreffen, nicht gekannt hat. Wenn man aber auch von Neumanns Resultaten die wegnimmt, die er nur wieder gefunden hat, bleibt doch des Neuen und Eigenartigen genug, um das oben erwähnte Urteil von Weierstraß zu rechtfertigen. Zum ersten Male werden bei Neumann neben den Aufgaben über Berührung die über das Schneiden von Kreisen und Kugeln unter gegebenen Winkeln behandelt, bei ihm tritt zuerst der Parallelismus hervor, in dem die Geometrie der geraden Kegel mit gemeinsamer Spitze zu der der Kreise in der Ebene steht. Ferner hat Neumann in der Betonung der Wichtigkeit rein geometrischer Betrachtungen gegenüber der im 18. Jahrhundert üblichen analytischen Behandlung, in der Behandlung einer größeren Gruppe von Aufgaben von einheitlichem Gesichtspunkte aus in Deutschland keinen Vorgänger. Wäre Neumanns Arbeit bekannter geworden, so würde sein Name sicher unter den Namen der Männer genannt werden, denen wir die Pflege geometrischer Studien in Deutschland verdanken.

Die geometrischen Studien hat Neumann nicht weiter fortgesetzt, obwohl er in der Einleitung der vorgenannten Arbeit erwähnt, daß er diese nur als den ersten Teil einer umfassenderen Untersuchung ansehe, in der analoge Aufgaben zu behandeln wären, bei denen Kegelschnitte an Stelle der Kreise, Flächen zweiter Ordnung an Stelle der Kugeln treten. Mit einer rein mathematischen Abhandlung trat er erst wieder 1838 vor die Öffentlichkeit. Diese führt den Titel: „Über eine neue Eigenschaft der Laplaceschen $Y^{(n)}$ und ihre Anwendung zur analytischen Darstellung derjenigen Phänomene, welche Funktionen der geographischen Länge und Breite sind". (Schumachers Astronomische Nachrichten **15,** wieder abgedruckt in den Mathematischen Annalen **14,** 1879.) Es wird hier die Aufgabe gelöst, eine unbekannte Funktion $f(\mu, \varphi)$ der geographischen Länge und Breite (φ bezeichnet die Länge, μ den Sinus der Breite) auf Grund gegebener Beobachtungen nach Laplaceschen Kugelfunktionen bis zur Kugelfunktion p-ter Ordnung inkl. zu entwickeln. Es ist dies eine Erweiterung einer zuerst von Lagrange gelösten Aufgabe, der gezeigt hat, wie man in einer endlichen Sinusreihe

$$\sum_{1}^{n-1} a_s \sin(s\,x)$$

auf einfache Weise die Koeffizienten a_s so bestimmen kann, daß die Reihe für die Argumente

$$x = \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n} \ldots, \frac{n-1}{n}\pi$$

gegebene Werte annimmt. Neumann gibt zur Lösung seiner erweiterten Aufgabe, die durch Gauß' Untersuchungen über den Erdmagnetis-

mus angeregt ist, zwei Methoden an. Bei beiden wird vorausgesetzt, daß die Beobachtungsorte in denjenigen Punkten liegen, in denen $2p$ äquidistante Meridiane und eine gewisse Anzahl Parallelkreise einander schneiden. Die erste Methode ist anwendbar, wenn die Anzahl der Parallelkreise $2p+1$ beträgt, während ihre Lage ganz beliebig ist; bei der zweiten Methode hingegen beträgt die Anzahl der Parallelkreise nur $p+1$, aber ihre Parameter $\mu_1, \mu_2 \ldots, \mu_{p+1}$ müssen die Wurzeln der Gleichung $P_{p+1}(\mu)=0$ sein, falls P_{p+1} die einfache Kugelfunktion der Ordnung $p+1$ bezeichnet. In beiden Fällen wird also ein gewisses Gesetz für die Verteilung der Beobachtungsorte verlangt; in beiden Fällen ist die Zahl der erforderlichen Beobachtungen größer als die Zahl der zu bestimmenden, in den Kugelfunktionen enthaltenen Konstanten. Neumanns Verfahren zur Bestimmung jener Konstanten beruht auf gewissen Hilfssätzen über endliche Summen von Kugelfunktionenprodukten, Sätzen, die für $p=\infty$ in die bekannten Integralsätze der Kugelfunktionen übergehen.

Eine weitere Arbeit, die wesentlich die Anwendungen der Kugelfunktionen betrifft, daneben aber auch die Theorie jener Funktionen in einem wesentlichen Punkte fördert, ist die 1848 in Crelles Journal 37 veröffentlichte: „Entwicklung der in elliptischen Koordinaten ausgedrückten reziproken Entfernung zweier Punkte in Reihen, welche nach den Laplaceschen $Y^{(n)}$ fortschreiten usw.“. Die Potentialaufgaben für Rotationsellipsoide waren von Lamé für den Innenraum, von Heine 1843 für den Außenraum gelöst; letzterer hatte zugleich erkannt, daß die in seiner Lösung auftretenden Reihen Kugelfunktionen zweiter Art sind. Hiermit war die Form der Entwicklung auch für die reziproke Entfernung zweier Punkte gegeben; die in diesem speziellen, aber fundamentalen Fall auftretenden Konstanten hat Neumann in der in Rede stehenden Arbeit zuerst bestimmt. Dazu kommt ein weiteres: Geht man von der transformierten Laplaceschen Gleichung $\Delta V=0$ aus, so erkennt man bei verlängerten Rotationsellipsoiden leicht, daß bei der Lösung für den Innenraum nur Kugelfunktionen erster Art P_n auftreten können, nicht aber solche zweiter Art Q_n. Denn das Argument der Kugelfunktion wird auf der Verbindungslinie der beiden Brennpunkte $=1$, und $Q_n(1)$ ist $=\infty$. Anders bei abgekürzten Rotationsellipsoiden. Hier tritt statt des Argumentes 1 das Argument

$$i=\sqrt{-1}$$

auf, und $Q_n(i)$ ist nicht unendlich; es scheint daher, als könnten hier für den Innenraum neben Kugelfunktionen erster Art P_n auch solche zweiter Art auftreten. Daß dies nicht der Fall ist, beweist Neumann dadurch, daß er zeigt, daß für die betreffenden inneren Punkte zwar das Potential auch bei Beibehaltung der Q_n endlich bleiben würde, nicht aber seine Ableitungen. Neumann wendet dann seine allgemeinen Entwicklungen zur Lösung der Aufgabe an, den magnetischen Zustand eines Rotationsellipsoids unter Einwirkung beliebiger verteilender Kräfte zu bestimmen, eine Aufgabe, die vorher von Poisson nur für konstante Kräfte gelöst war.

Für die Theorie der Kugelfunktionen ist in der in Rede stehenden Arbeit von besonderer Wichtigkeit die Aufstellung des Neumannschen Integrals für die Kugelfunktion zweiter Art:

$$Q_n(x)=\int_{-1}^{+1}\frac{P_n(z)\,dz}{x-z}$$

und analoger Ausdrücke für die sogenannten zugeordneten oder adjungierten Kugelfunktionen. Aus jenem Integral kann man eine Reihe wichtiger Folgerungen ziehen; u. a. folgt daraus die Darstellung von $Q_n(x)$ durch einen geschlossenen, Logarithmen enthaltenden Ausdruck.

Eine dritte die Kugelfunktionen betreffende Arbeit, „Beiträge zur Theorie der Kugelfunktionen“, ist 1878 als selbständige Schrift erschienen; und zwar ist dieselbe von Herrn C. Neumann nach den Manuskripten seines Vaters herausgegeben. Die Schrift zerfällt in zwei Teile, die wesentlich verschiedene Probleme behandeln. Im ersten Teile wird die Lehre von den zugeordneten Kugelfunktionen, d. h. den Lösungen der Differentialgleichung

$$\frac{d\left(1-x^2\right)\frac{dy}{dx}}{dx}+\left\{n\,(n+1)-\frac{m^2}{1-x^2}\right\}y=0,$$

wesentlich erweitert. Bei den Anwendungen der Kugelfunktionen in der Potentialtheorie treten Lösungen der vorstehenden Differentialgleichung nur für den Fall auf, daß der Nebenindex m kleiner als der Hauptindex n oder diesem gleich ist. Die Notwendigkeit dieser Beschränkung ergibt sich von selbst bei der Entwicklung der in Polarkoordinaten ausgedrückten reziproken Entfernung zweier Punkte. Geht man aber von der transformierten Laplaceschen Gleichung $\Delta V=0$ aus und sucht für die Lösung dieser eine Reihenentwicklung, so bedarf jene Beschränkung einer besonderen Begründung, die in den Darstellungen vieler Autoren einfach übergangen wird. Hier setzen nun die Neumannschen Untersuchungen ein, die den Fall betreffen, daß in der obigen Dif-

ferentialgleichung der Nebenindex m größer als der Hauptindex n ist. In diesem Falle haben die Lösungen der Differentialgleichung wesentlich andere Eigenschaften als für $m < n$. Während für $m < n$ ein partikuläres Integral existiert, das für die beiden singulären Punkte $x = +1$ verschwindet (bzw. für $m = 0$ endlich ist), ist das für $m > n$ nicht mehr der Fall. Vielmehr wird diejenige Partikularlösung, die für $x = +1$ verschwindet, für $x = -1$ unendlich, und umgekehrt. Neumann zeigt dies, ohne auf die Eigenschaften der allgemeinen hypergeometrischen Reihe zu rekurrieren, auf sehr einfache Weise. Er untersucht eingehend jene beiden Partikularlösungen, die er S und T nennt, gibt für sie die verschiedensten Darstellungen in Reihen- und Integralform und zeigt weiter, wie man aus S und T auch für $m > n$ eine Funktion Q bilden kann, die für $x = +1$ unendlich wird, für $x = \infty$ aber verschwindet, während ein Analogon der Funktion P nicht existiert. Der erste Teil der Schrift schließt mit einer sehr ausführlichen Zusammenstellung von Rekursionsformeln, die zwischen Kugelfunktionen mit aufeinander folgenden Indizes bestehen, und die zum Teil neu sind. Weiter wird eine Tabelle besonders wichtiger Spezialwerte der Kugelfunktionen gegeben.

Im zweiten Teil wird die Aufgabe behandelt, das Produkt zweier Kugelfunktionen in eine nach Kugelfunktionen fortschreitende Reihe zu entwickeln. Mit der Lösung dieser Aufgabe haben sich 1875 Bauer, 1877 Ferrers, 1878 Adams beschäftigt. Von allen diesen Bearbeitungen des Problems ist die Neumannsche nicht nur die erste (denn wenn sie auch erst 1878 veröffentlicht ist, ist sie doch viel früher verfaßt), sondern auch die bei weitem vollständigste.

Ich habe, meinem Thema entsprechend, die rein mathematischen Arbeiten Neumanns ausführlich besprochen. Ist ihre Zahl auch nicht groß, so lassen sie doch erkennen, daß Neumann die Mathematik nicht nur als Hilfswissenschaft betrieben hat, daß er in ihr vielmehr auch schöpferisch tätig gewesen ist und Wesentliches geleistet hat. Aber auch seine kristallographischen und physikalischen Arbeiten lassen fast alle den durchgebildeten Mathematiker erkennen, der das mathematische Rüstzeug nicht nur beherrschte, sondern auch in durchaus eigenartiger Weise zu benutzen verstand. Ich müßte die mir gesetzte Zeit weit überschreiten, wollte ich auf diese andern Arbeiten ebenso ausführlich eingehen wie auf die mathematischen. Nur mit kurzen Hinweisen auf das Mathematische in ihnen muß ich mich begnügen, und auch dabei kann ich nur seine größeren Abhandlungen berücksichtigen.

Neumanns erste Veröffentlichung waren seine „Beiträge zur Krystallonomie", Berlin und Posen 1823, ein Oktavband von 152 Seiten Text nebst 16 Seiten Vorwort und Einleitung, mit 12 Tafeln. Das Bändchen bezeichnet sich als erstes Heft, dem eine Reihe weiterer folgen sollte, die ein Repertorium aller kristallographischen Beobachtungen zu bilden bestimmt waren; doch ist kein weiteres Heft erschienen. In der Kristallonomie werden zum ersten Male graphische Methoden zur Darstellung eines Kristallformenkomplexes gelehrt. Um den Zonenzusammenhang der verschiedenen Kristallflächen leicht zu übersehen, werden die einzelnen Flächen durch Punkte einer Ebene dargestellt, und zwar dadurch, daß vom Mittelpunkte des Systems auf alle Kristallflächen Lote gefällt und diese bis zum Schnitt mit einer beliebigen Ebene (am einfachsten wählt man dazu die gerade Endfläche) verlängert werden. Aus einer solchen Zeichnung erkennt man mit einem Blick, welche Flächen einer Zone angehören, d. h. eine Richtung gemeinsam haben. Die derselben Zone angehörigen Flächen werden durch Punkte repräsentiert, die in einer Geraden liegen. Es wird ferner gezeigt, wie man aus dem Kristallzeichen einer Kristallfläche den repräsentierenden Punkt der Zeichnung findet, und umgekehrt aus der Lage des Punktes das Zeichen der zugehörigen Fläche. Es wird weiter gezeigt, wie man aus der Lage zweier repräsentierenden Punkte die Neigung der zugehörigen Flächen findet, sodann, wie man aus der Projektion auf eine Fläche die auf eine andere ableitet. Dabei kommt auch die Projektion auf eine Kugel zur Sprache, d. h. der Schnitt der oben erwähnten Normalen mit einer um den Mittelpunkt des Kristalls beschriebenen Kugel. Die Methode wird auf die verschiedenen Kristallsysteme, dann auf eine Anzahl spezieller Kristalle angewandt.

Welches Aufsehen Neumanns neue Projektionsmethode erregte, kann man daraus ersehen, daß er von Weiß veranlaßt wurde, darüber im Winter 1823—1824 vor einem auserwählten Publikum Vorträge zu halten. An diesen Vorträgen nahmen u. a. Leopold v. Buch, Alexander v. Humboldt, Oberbergrat v. Dechen u. a. teil.

In den Jahren 1825—1831 hat Neumann noch eine Reihe weiterer kristallographischer Arbeiten veröffentlicht, von denen hier nur die große, in den Abhandlungen der Berliner Akademie vom Jahre 1830 erschienene über das Kristallsystem des Albits und der ihm verwandten Gattungen erwähnt werden möge. Hier

wird zum ersten Male die Methode der kleinsten Quadrate zur Ausgleichung kristallographischer Winkelmessungen benutzt.

In die erste Hälfte der dreißiger Jahre des vorigen Jahrhunderts fallen Neumanns Arbeiten über spezifische Wärme und Wärmeleitung. Sind diese Arbeiten, auf die er in den sechziger Jahren nochmals zurückkam, auch wesentlich experimentell, so stützt sich doch ein Teil derselben auf theoretische, auf der Fourierschen Theorie der Wärmeleitung beruhende Entwicklungen. Neumann macht die Theorie dem Experiment in doppelter Weise dienstbar, indem er einerseits auf Grund der Theorie die zweckmäßigste Einrichtung des Versuchs bestimmt, andererseits aber von gewissen Fehlern, die von solchen Einflüssen herrühren, welche sich im Versuch der direkten Beobachtung entziehen, mittels der Theorie die möglichen Grenzen zu ermitteln sucht. Die Arbeiten sind im zweiten Bande von F. Neumanns gesammelten Werken abgedruckt.

In den dreißiger Jahren wandte sich Neumann der Kristallphysik, insbesondere auch der Kristalloptik zu. Hier ist vor allem die große, rein theoretische Arbeit über die doppelte Strahlenbrechung zu nennen (Pogg. Ann. **25,** 1832). In dieser Arbeit sind zum ersten Male die Navierschen Gleichungen der Elastizität auf kristallinische Medien ausgedehnt, und aus ihnen ist dann, unter gewissen Annahmen über die sechs in den Gleichungen auftretenden Konstanten, die erste befriedigende theoretische Ableitung der Fresnelschen Gesetze der Doppelbrechung gewonnen. Von den gleichzeitigen Cauchyschen Arbeiten über dieselbe Theorie wurden während des Druckes der Neumannschen Abhandlungen erst die Resultate bekannt gemacht, die Entwicklungen später. Eins der wichtigsten Resultate von Neumann ist das, daß die elastischen Gleichungen nur dann auf die Fresnelschen Gesetze führen, wenn man die Polarisationsebene, abweichend von Fresnel, definiert als die durch die Wellennormale und die Schwingungsrichtung gelegte Ebene.

In weiteren Arbeiten gelang es Neumann, die verwickelten Erscheinungen der Metallreflexion zu einfachen Formeln zusammenzufassen; ferner entwickelte er die Grundlage für eine allgemein gültige Theorie der mannigfachen Interferenzerscheinungen, welche planparallele Platten doppeltbrechender Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte darbieten. Dabei stellte er die bis dahin zweifelhafte Bedeutung der optischen Achsen fest; er zeigte, daß man darunter die Normalen der Kreisschnitte der Elastizitätsfläche zu verstehen hat.

Auch das schwierige Problem der Reflexion und Brechung an durchsichtigen Kristallen behandelte er als erster in voller Allgemeinheit (in den Abhandlungen der Berliner Akademie vom Jahre 1835). Während er bei der Ableitung der Gesetze der doppelten Strahlenbrechung auf die allerersten Ursachen der Erscheinungen zurückgegriffen hatte, legt er hier einen gewissen Kreis von einfachen Vorstellungen zugrunde, die durch die Erfahrung höchstwahrscheinlich gemacht sind. Dazu nimmt er eigenartige, teilweise von den Fresnelschen abweichende Grenzbedingungen sowie seine Definition der Polarisationsebene. Auf dieser Grundlage behandelt er zuerst die Reflexion an der Grenze zweier unkristallinischen Medien und gelangt durch einfache Rechnungen zu den Fresnelschen Formeln, die ihrerseits durch die Erfahrung bestätigt sind. Die hier benutzten Prinzipien reichen auch für die Kristallreflexion aus. Nacheinander werden die Formeln für einachsige und zweiachsige Kristalle entwickelt, und zwar nicht nur für den Fall, daß das aus einem unkristallinischen Medium kommende Licht an einer Kristallfläche reflektiert wird, sondern auch für den Fall der Reflexion im Innern des Kristalls, bezw. für den Austritt des Lichts aus diesem. Es liegt in der Natur der Sache, daß die Durchführung der Theorie sehr umfangreiche und teilweise schwer übersichtliche Rechnungen erfordert. Diese Rechnungen werden überall bis zum letzten Punkte durchgeführt, und es wird eine große Fülle von Einzelresultaten abgeleitet. Die in Rede stehende wichtige Arbeit ist nicht nur die erste, welche die Gesetze der Kristallreflexion streng theoretisch begründet; sie ist auch die eingehendste, die über den Gegenstand vorhanden ist. Von Interesse ist, daß sich in der Arbeit auch eine Entwicklung von Jacobi vorfindet, der ein von Neumann durch geometrische Betrachtungen abgeleitetes Resultat rein analytisch begründet.

Den Höhepunkt von Neumanns Leistungen bilden, neben der eben besprochenen Arbeit über Kristallreflexion, seine Abhandlungen aus den vierziger Jahren, deren eine schon oben gewürdigt ist. 1841 veröffentlichte er in den Abhandlungen der Berliner Akademie die sehr umfangreiche Untersuchung über die Gesetze der Doppelbrechung des Lichts in komprimierten und ungleichförmig erwärmten unkristallinischen Körpern. Er war der erste, der es unternahm, sich von dem Zustandekommen jener bis dahin lediglich experimentell studierten Erscheinungen Rechenschaft zu geben und eine mathematische Theorie derselben aufzustellen. Abgesehen von der Art, wie er den mathematischen Ansatz der verschiedenen von ihm behandelten Aufgaben findet, sind auch die analytischen Entwicklungen selbst von erheblichem Interesse, besonders die-

jenigen, die sich auf die Theorie der Farben beziehen, die bei durchsichtigen unkristallinischen Körpern im polarisierten Lichte aus ungleicher Temperaturverteilung entstehen. Es finden sich hier Entwicklungen nach Besselschen Funktionen, auch solchen zweiter Art, sowie die Darstellung der letzteren durch ein bestimmtes Integral. Sehr bemerkenswert ist auch eine nach trigonometrischen und linearen Funktionen der Variablen fortschreitende Reihe, deren einzelne Glieder von den komplexen Wurzeln einer transzendenten Gleichung abhängen; ferner die Integration eines gewissen Paares von simultanen Differentialgleichungen von unendlich hohem Grade mit konstanten Koeffizienten. Die Rechnung wird mehrfach viel weiter geführt, als es für die Anwendung auf das gerade behandelte physikalische Problem erforderlich ist, so daß man erkennt, daß Neumann auch auf die mathematischen Entwicklungen an sich großen Wert legte.

Dem Physiker am bekanntesten sind wohl Neumanns Arbeiten über die Theorie der induzierten elektrischen Ströme (Abhandl. d. Berl. Akademie 1845 und 1847). Von ihnen sagt Mach: „Die zweite außermechanische Anwendung des Satzes vom ausgeschlossenen Perpetuum mobile macht Neumann zur analytischen Begründung der Gesetze der elektrischen Induktion. Es ist das vielleicht die geistreichste Arbeit dieser Art"; und W. Voigt bemerkt 1895, daß die Resultate der in Rede stehenden Arbeiten selbst die Entwicklung der letzten Dezennien, die so manches früher anerkannte Gesetz zu Fall gebracht haben, siegreich überdauern. Das wichtigste Ergebnis dieser Arbeiten ist das Neumannsche Prinzip der Theorie der induzierten Ströme, ein sehr allgemeines Theorem, das die Resultate verschiedener Einzelentwicklungen zusammenfaßt. Von großem Interesse ist auch die Vergleichung der aus jenem Prinzip sich ergebenden Resultate mit den aus W. Webers Grundgesetz abgeleiteten, ferner die Aufstellung des Neumannschen Potentialgesetzes für geschlossene Ströme.

Seit dem Ende der vierziger Jahre hat Neumann von den Ergebnissen seiner Forschung nur wenig veröffentlicht. Für ihn war das Finden neuer Wahrheiten das größte Glück. „Er sah", wie Voigt sich ausdrückt, „seine Forschungsresultate als genügend verwertet an, wenn sie zur Bereicherung seiner Vorlesungen und Seminare und damit zu allseitiger Förderung und Anregung seiner Schüler dienten." So kommt es, daß manche Entdeckung Neumanns erst durch die Arbeiten seiner Schüler bekannt wurde, sowie durch den Druck seiner Vorlesungen, die von 1881—1894 im Teubnerschen Verlage erschienen sind. Diese Vorlesungen sind nicht nur von historischem Interesse, ihre Bedeutung beruht auch nicht allein auf den zahlreichen Mitteilungen, die Neumann darin über seine eigenen Untersuchungen macht, ihr Hauptwert liegt in dem meisterhaft angelegten Plane, der zweckmäßigen Auswahl der behandelten Gegenstände und der Klarheit und Eleganz der Darstellung. Ihr Studium bildet noch heute eine vortreffliche Schule für Mathematiker und Physiker. Näher auf diese Vorlesungen einzugehen, muß ich mir versagen, da die Zeit dazu nicht ausreicht. Ich muß die Herren, die sich über jene Vorlesungen sowie über Neumanns sonstige Arbeiten genauer orientieren wollen, ohne auf die Originale zurückzugehen, auf meine Schrift, „Franz Neumann und sein Wirken als Forscher und Lehrer", Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1907, verweisen.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Eine Beziehung zwischen Wärmeaustausch und Strömungswiderstand der Flüssigkeiten.

Von L. Prandtl.

Die Anregung zu der hier mitgeteilten Untersuchung empfing ich durch die Habilitationsschrift von Dr. ing. W. Nusselt in Dresden[1]). Nusselt findet aus seinen Versuchen über den Wärmeaustausch zwischen einem langen Messingrohr von 22 mm Durchmesser und verschiedenen hindurchströmenden Gasen[1]), daß der Wärmeübergang für die Längeneinheit des Rohres (Q) bei gleichbleibender Dichte und Temperaturdifferenz sehr genau der 0,786ten Potenz der mittleren Geschwindigkeit (w) proportional ist; das am gleichen Rohr gemessene Druckgefälle $\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)$ ergab sich proportional der 1,776ten Potenz der mittleren Geschwindigkeit. Beides gilt für die Zustände

1) Der Wärmeübergang in Rohrleitungen, Berlin 1909; ein Auszug der Arbeit ist in der Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 1909, S. 1750, abgedruckt.

1) Druckluft von 1 bis 16 Atmosphären, Leuchtgas, Kohlensäure.

über die kritische Geschwindigkeit; unter der kritischen Geschwindigkeit war der Wärmeübergang nahezu unabhängig von der Geschwindigkeit; das Druckgefälle ist in bekannter Weise der ersten Potenz der Geschwindigkeit proportional.

Nusselt vermutet, daß die Exponenten der Geschwindigkeit in den beiden Größen

$$Q \text{ und } \frac{1}{w}\frac{\partial p}{\partial x}$$

in vergleichbaren Fällen genau übereinstimmen würden.

Für diesen auf den ersten Blick seltsamen Zusammenhang scheint nun eine Erklärung möglich zu sein durch die Verwandtschaft der Vorgänge der Wärmeleitung und -konvektion mit den der Impulsleitung (Reibung) und -konvektion, wie sie in den hydrodynamischen Differentialgleichungen zur Darstellung gebracht werden.

Wird der Einfachheit halber die Flüssigkeit als volumbeständig und schwerelos betrachtet, so gilt für die zeitliche Änderung des auf die Volumeneinheit bezogenen Impulsvektors $\varrho\,\mathfrak{w}$ die Gleichung

$$\varrho\frac{D\mathfrak{w}}{dt} = -\operatorname{grad} p + k\,\Delta\mathfrak{w} \qquad (1)$$

($\mathfrak{w}$ Geschwindigkeitsvektor, ϱ Dichte, p Druck, k Zähigkeit,

$$\frac{D}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + w_x\frac{\partial}{\partial x} + w_y\frac{\partial}{\partial y} + w_z\frac{\partial}{\partial z}$$

substantieller Differentialquotient.)

In ähnlicher Weise gilt für die zeitliche Änderung des auf die Volumeneinheit bezogenen Wärmeinhalts $c\varrho\Theta$ die Beziehung

$$c\varrho\frac{D\Theta}{dt} = q + \lambda\,\Delta\Theta \qquad (2)$$

(c spezifische Wärme bei konstantem Druck, Θ Temperatur, λ Wärmeleitfähigkeit, q auf Volumeneinheit und Sekunde bezogene Wärmeproduktion im Flüssigkeitsinnern.)

Aus der offenkundigen Ähnlichkeit zwischen beiden Gleichungen lassen sich nun die folgenden Schlüsse ziehen:

1. Für eine Flüssigkeit, deren Wärmeleitfähigkeit $\lambda = ck$ ist, läßt sich offenbar aus einer Lösung der Gleichung (1) eine Lösung der Gleichung (2) in der Weise gewinnen, daß man Θ proportional einer Komponente von $\mathfrak{w}$ setzt, und gleichzeitig Wärmequellen und -senken q proportional der in der gleichen Richtung genommenen Komponente von $-\operatorname{grad} p$ annimmt. Dieser Ansatz erscheint zunächst sehr willkürlich, es wird sich aber zeigen, daß er zur Lösung unserer Aufgabe zweckdienlich ist.

Die Beziehung $\lambda = ck$ ist bei Gasen leidlich genau erfüllt, bei Flüssigkeiten ist dagegen λ meist wesentlich kleiner als das Produkt ck[1]).

Von unserm Ansatz läßt sich eine Anwendung machen auf den Wärmeaustausch zwischen der Flüssigkeit und einer Platte, die in ihrer Ebene in der Flüssigkeit verschoben wird. Ist die Platte, wie angenommen werden möge, unendlich dünn, so ist hier, falls nicht Turbulenz auftritt, mit sehr großer Annäherung $p = \text{const}$, also $\operatorname{grad} p = 0$. Ist Turbulenz vorhanden, so ist immer noch der Mittelwert von $\operatorname{grad} p$ über größere Bereiche genau genug gleich Null; in den einzelnen Wirbeln der turbulenten Strömung sind dagegen rasch wechselnde Druckunterschiede nach beiden Richtungen vorhanden; diesen würden im „Wärmebilde" dicht nebeneinander liegende Wärmequellen und -senken entsprechen, deren Gesamtergiebigkeit in einem größeren Bereiche immer verschwindet. Setzt man an Stelle dieses genau den theoretischen Forderungen entsprechenden Wärmebildes den wirklich eintretenden Fall, in dem weder Wärmequellen noch -senken vorhanden sind, so begeht man eine Ungenauigkeit, deren Wirkung nicht ohne weiteres zu überblicken ist. Da jedoch nach den Beobachtungen die Energie des Bewegungsanteiles, der die Turbulenz einer Flüssigkeitsbewegung ausmacht, in der Regel nur einen kleinen Bruchteil der Energie der Hauptbewegung ausmacht, so werden auch diese Druckdifferenzen nicht sehr groß; es ist deshalb anzunehmen, daß diese angenäherte Anwendung des Wärmebildes immerhin noch eine brauchbare Abschätzung liefern wird.

Für die in ihrer Ebene fortbewegte Platte kann nun das Wärmebild folgendermaßen entwickelt werden. Die Geschwindigkeit der Platte sei w_1, die Bewegungsrichtung sei als X-Richtung gewählt; weit ab von der Platte soll die Flüssigkeit ruhen und die Temperatur Θ_0 haben, dann soll gesetzt werden:

$$\Theta = \Theta_0 + \beta w_x$$

(die Temperaturerhöhung $\Theta - \Theta_0$ proportional der X-Komponente der Geschwindigkeit). Die Geschwindigkeit der Flüssigkeit unmittelbar an der Platte stimmt mit der der Platte überein, ebenso die Temperatur mit der der Platte, die entsprechend Θ_1 heißen möge. Der Proportionalitätsfaktor β bestimmt sich hieraus zu

$$\beta = \frac{\Theta_1 - \Theta_0}{w_1}.$$

1) Die Werte des Verhältnisses $\nu = \frac{\lambda}{ck}$ sind, besonders wegen der Unsicherheit der Werte von λ wenig genau bestimmt. Es ist etwa für 1-, 2-, 3- und 4-atomige Gase $\nu = 1{,}5,\ 1{,}25,\ 1{,}1\ 0{,}93$; für Wasser von 0^0, 10^0, 20^0 wird $\nu = 0{,}067,\ 0{,}10,\ 0{,}14$.

An beiden Seiten längs der Platte wird die Flüssigkeit mitgerissen, hinter der Platte befindet sich ein „Nachlauf". Beide Flüssigkeitsteile sind nach Maßgabe des Verhältnisses $\frac{w_x}{w_1}$ wärmer (oder kälter, wenn die Platte kälter) als die übrige Flüssigkeit.

Der Wärmestrom (sekundliche Wärmeabgabe) wird durch Integration über die beiden Seiten der Platte zu

$$Q = -2\lambda \int \frac{\partial \Theta}{\partial z} dx\, dy$$

erhalten. In gleicher Weise ergibt sich der Bewegungswiderstand P zu

$$P = -2k \int \frac{\partial w_x}{\partial z} dx\, dy.$$

Nun ist aber

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z} = \beta \frac{\partial w_x}{\partial z},$$

also

$$Q = \beta \frac{\lambda}{k} \cdot P = \frac{\lambda}{k} \frac{P(\Theta_1 - \Theta_0)}{w_1}. \qquad (3)$$

Der Widerstand einer Platte in reibender Flüssigkeit folgt nach den Versuchen ziemlich verwickelten Gesetzen, die noch nicht genügend aufgeklärt sind. Aus Dimensionsbetrachtungen leitet man ab, daß (mit b = Breite, l = Länge)

$$P = k b w_1 \cdot f\left(\frac{\varrho w_1 l}{k}\right)$$

sein muß.

Für die nicht turbulente Strömung der Flüssigkeit mit kleiner Reibung ist

$$f\left(\frac{\varrho w_1 l}{k}\right) = 1{,}36 \sqrt{\frac{\varrho w_1 l}{k}}$$ [1])

für größere Geschwindigkeiten findet man je nach den näheren Umständen statt der Wurzel die 0,8te bis erste Potenz von $\frac{\varrho w_1 l}{k}$.

Nach dem Vorstehenden wird also für Q der Wert

$$Q = \lambda b (\Theta_1 - \Theta_0) \cdot f\left(\frac{\varrho w_1 l}{k}\right)$$

erwartet werden müssen. —

Man kann diese Betrachtungen nun auch auf Röhren übertragen, in denen eine Flüssigkeit strömt, deren Temperatur von der der Rohrwand verschieden ist. Hier ergibt sich allerdings zunächst eine neue Schwierigkeit. Man hat nämlich einerseits ein Druckgefälle in der Bewegungsrichtung, dem nach dem anfangs Gesagten eine Wärmeerzeugung in der Flüssigkeit entspricht, andererseits wird die Temperatur der Flüssigkeit sich beim Weiterströmen allmählich der (konstant angenommenen) Temperatur der Rohrwand annähern, während andrerseits im Fall der stationären Strömung, der hauptsächlich von Interesse ist, jederzeit durch alle Querschnitte gleich viel Flüssigkeit fließt, also — unter Annahme der Volumenbeständigkeit — die Geschwindigkeit überall dieselbe ist.

Diesen beiden Schwierigkeiten geht man aus dem Wege, wenn man die Aufgabe etwas abändert. Es soll im Innern der Flüssigkeit jederzeit so viel Wärme neu entstehen (etwa durch elektrische Ströme), als durch die Rohrwandungen abgegeben wird. Auf diese Weise wird ein Beharrungszustand ermöglicht, der eine Abbildung in unserem Sinne zuläßt. Freilich werden durch diese Änderung der Aufgabe auch die Beträge des Wärmeaustauschs etwas verschoben; bei gleichmäßiger Wärmezufuhr an alle Flüssigkeitsteilchen ergibt sich, gleiche Mitteltemperatur der Flüssigkeit und gleiche Wandtemperatur vorausgesetzt, offenbar ein etwas größerer Wärmeaustausch, als bei Wärmeabgabe aus dem Vorrat der Flüssigkeit, denn dieser Vorrat, der dem Temperaturüberschuß proportional ist, ist mehr in der Mitte des Rohrs angereichert, die Partien in der Nähe der Wand sind dagegen relativ wärmearm[1]).

Der Unterschied, der bei der Laminarbewegung ziemlich beträchtlich ist (vgl. die Fußnote S. 1077), dürfte sich bei turbulenter Bewegung in mäßigen Grenzen halten, da die Mischbewegungen hier für eine Vergleichmäßigung der Temperatur sorgen.

Zu dem Werte des Wärmeaustausches, der hier zweckmäßig für die Längeneinheit des Rohres berechnet wird (Q_1), gelangt man nun entweder dadurch, daß man ihn durch Gleichung (3) mit dem Widerstand pro Längeneinheit

$$P_1 = -\pi r^2 \frac{\partial p}{\partial x}$$

in Verbindung bringt, oder dadurch, daß man aus den Differentialgleichungen (1) und (2) den Wert der Wärmeproduktion q entnimmt, der der Proportionalität $\Theta - \Theta_1 = \beta w_x$ entspricht (Θ_1 = Wandtemperatur). Man sieht leicht aus den rechten Seiten der Gleichungen, daß

$$q = -\frac{\beta \lambda}{k} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}$$

1) Vgl. etwa Blasius, Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung. Z. f. Math. u. Phys. 1908, S. 1.

1) Die wirklichen Verhältnisse würden demnach durch eine Wärmezufuhr an die Flüssigkeitsteilchen, die proportional dem Temperaturüberschuß wäre, besser angenähert. Man sieht, daß hier die durchschnittlichen Wege, die die Wärme bis zur Wand zu durchfließen hat, größer sind, als im Falle gleichförmiger Wärmezufuhr. Eine Abbildung in unserem Sinne ist aber mit dieser Annahme nicht vereinbar.

gesetzt werden muß. Auf beide Arten erhält man

$$Q_1 = \pi r^2 \cdot q = -\frac{\beta \lambda \pi r^2}{k} \frac{\partial p}{\partial x}.$$

Zur Bestimmung von β mag hier die Festsetzung dienen, daß die mittlere Geschwindigkeit im Rohr, die meist allein beobachtet werden kann, gleich $\bar{w}$ und die mittlere Temperatur gleich $\bar{\Theta}$ sein soll, dann wird

$$\beta = \frac{\bar{\Theta} - \Theta_1}{\bar{w}}$$

und somit

$$Q_1 = -\frac{\lambda \pi r^2 (\bar{\Theta} - \Theta_1)}{k \bar{w}} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}; \qquad (4)$$

die von Nusselt gebrauchte Wärmeübergangszahl

$$\alpha = \frac{Q_1}{2 \pi r (\bar{\Theta} - \Theta_1)}$$

(Wärmeaustausch pro Einheit der Wandfläche und pro 1 Grad Celsius) wird hiermit

$$\alpha = -\frac{\lambda r}{2 k \bar{w}} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{c r}{2 \bar{w}} \frac{\partial p}{\partial x}. \qquad (4a)$$

Da nach Dimensionsbetrachtungen

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{k \bar{w}}{r^2} \varphi \left(\frac{\varrho \bar{w} r}{k} \right) \qquad (5)$$

geschrieben werden kann, wird

$$Q_1 = \pi \lambda (\bar{\Theta} - \Theta_1) \varphi \left(\frac{\varrho \bar{w} r}{k} \right) \qquad (6)$$

und

$$\alpha = \frac{\lambda}{2 r} \varphi \left(\frac{\varrho \bar{w} r}{k} \right). \qquad (6a)$$

Wie man sieht, ergeben sich aus diesen Betrachtungen Beziehungen zwischen Wärmeaustausch und Flüssigkeitswiderstand, in denen nichts mehr willkürlich bleibt. Freilich bleiben die Vorbehalte, die bei der Ableitung wegen der Turbulenz usw. gemacht wurden, bestehen, man darf deshalb eine sehr scharfe Bestätigung der Beziehungen durch den Versuch nicht erwarten.

2. Die vorstehenden Schlüsse lassen sich nicht mehr anwenden, wenn, wie es bei den wirklichen Flüssigkeiten meist der Fall ist, die Gleichung $\lambda = k c$ nicht zutrifft. Es gelingt immerhin auch hier noch, einige Aussagen über den Wärmeaustausch zu gewinnen, wenigstens im Falle des Rohres, der ja auch praktisch der wichtigere ist. Zunächst kann man Dimensionsbetrachtungen heranziehen: Aus den Größen r, $\bar{w}$, ϱ, k, c und λ lassen sich zwei unabhängige dimensionslose Größen bilden, nämlich die in der Hydrodynamik bekannte Reynoldssche Zahl

$$\xi = \frac{\varrho r \bar{w}}{k}$$

und das Verhältnis

$$\nu = \frac{\lambda}{c k},$$

das im vorigen Abschnitt $= 1$ gesetzt war. Für den Wärmeaustausch pro Längeneinheit Q_1 und die Nusseltsche Wärmeübergangszahl α wird man also schreiben können (vgl. Gleichung (6) und (6a)

$$Q_1 = \pi \lambda (\bar{\Theta} - \Theta_1) \Phi (\xi, \nu) \qquad (7)$$

und

$$\alpha = \frac{\lambda}{2 r} \Phi (\xi, \nu); \qquad (7a)$$

von $\Phi(\xi, \nu)$ weiß man nach dem Vorangehenden so viel, daß für $\nu = 1$

$$\Phi (\xi, \nu) = \varphi (\xi)$$

sein muß. Nusselt setzte versuchsweise $\Phi(\xi, \nu) = C \xi^m \nu^n$ und fand $C = 0{,}0438$[1]), $m = 0{,}786$, $n = -0{,}85$. Da die Bestimmung des letzteren Exponenten sehr unsicher war, setzte Nusselt $n = -m$ und erhielt so

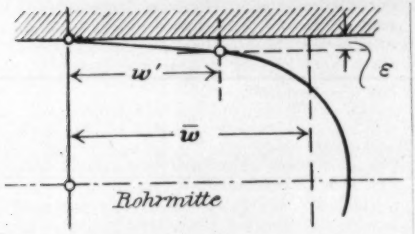
$$\Phi (\xi, \nu) = C \left(\frac{\xi}{\nu} \right)^m = 0{,}0438 \left(\frac{\varrho c r \bar{w}}{\lambda} \right)^{0{,}786} \qquad (8)$$

Wird dieser Ansatz als richtig angenommen, dann wird wegen der obigen Beziehungen die Widerstandsfunktion $\varphi(\xi) = C \xi^m$ erhalten; der Zahlenfaktor in den Potenzformeln für α und $-\frac{\partial p}{\partial x}$ müßte dann identisch sein.

Genauere Aufschlüsse über die Gestalt der Funktion $\Phi(\xi, \nu)$ lassen sich durch eine Abschätzung gewinnen, die auf den Gedanken des ersten Abschnitts fußt. Diese Abschätzung gründet sich darauf, daß bei der turbulenten Flüssigkeitsströmung durch eine Röhre in der nächsten Nähe der Wand die Konvektion gegen die Zähigkeitswirkungen zurücktritt, im Innern des Rohres dagegen die Konvektion die Hauptrolle spielt. Zwischen beiden Gebieten wird eine Zone sein, in der Zähigkeit und Konvektion in gleichem Maße an dem Zustandekommen der Vorgänge beteiligt sind; man begeht sicher einen merklichen Fehler, wenn man die Breite dieser Zone Null setzt, also das Gebiet mit überwiegender Zähigkeitswirkung scharf an das mit überwiegender Konvektion grenzen läßt; jedoch gelingt nur unter dieser Annahme eine Durchführung der Rechnung.

Man hat sonach eine „Grenzschicht" von

1) Die Nusseltsche Zahl 15,90 ist zur Umwandlung in das C.G.S.-System und wegen des Übergangs vom Durchmesser zum Radius mit $1800^{0{,}786}$ zu dividieren.



geringer Dicke (ε, vgl. die Figur), in der die Geschwindigkeit von Null bis zu einem Werte w' und die Temperatur von der Wandtemperatur Θ_1 bis zu einem Werte Θ' ansteigt (beides mit genügender Annäherung linear), und eine turbulente Innenmasse mit der mittleren Geschwindigkeit $\bar{w}$ und der mittleren Temperatur $\bar{\Theta}$, der Randgeschwindigkeit w' und Randtemperatur Θ'. Masse und Wärmeinhalt der Grenzschicht soll dabei als so klein gegenüber der Masse und dem Wärmeinhalt der übrigen Flüssigkeit angesehen werden, daß sie neben diesen vernachlässigt werden können. Man erhält so die folgenden Rechnungen:

a) für die Grenzschicht:

Das Kräftegleichgewicht liefert

$$-\frac{\partial p}{\partial x}\cdot \pi r^2 = k\left(\frac{\partial w_x}{\partial r}\right)_1 \cdot 2\pi r,$$

oder

$$\left(\frac{\partial w_x}{\partial r}\right)_1 = \frac{w'}{\varepsilon} = -\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{r}{2k},$$

woraus sich die Dicke der Grenzschicht zu

$$\varepsilon = -\frac{2w'k}{r\dfrac{\partial p}{\partial x}}$$

ergibt. Der Wärmestrom durch die Grenzschicht ergibt sich nun zu

$$Q_1 = \frac{\lambda(\Theta'-\Theta_1)\cdot 2\pi r}{\varepsilon} = -\frac{\lambda(\Theta'-\Theta_1)\cdot\pi r^2}{kw'}\cdot\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (9)$$

b) für die Innenmasse:

Hier treten Zähigkeit und Wärmeleitung zurück gegen die Konvektion, die Differentialgleichungen (1) und (2) können also näherungsweise geschrieben werden:

$$\varrho\frac{D\mathfrak{w}}{dt} = -\operatorname{grad} p; \quad c\varrho\frac{D\Theta}{dt} = q;$$

setzt man nun die Proportionalität

$$\Theta - \Theta' = \beta(w_x - w')$$

an, wobei

$$\beta = \frac{\bar{\Theta}-\Theta'}{\bar{w}-w'}$$

zu setzen ist, so ergibt sich aus den Differentialgleichungen

$$q = -c\beta\frac{\partial p}{\partial x};$$

somit wird die Wärmeabgabe pro Längeneinheit

$$Q_1 = q\cdot\pi r^2 = -\frac{c\cdot(\bar{\Theta}-\Theta')\pi r^2}{\bar{w}-w'}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}. \qquad (10)$$

Durch Gleichsetzung der in Gleichung (9) und (10) gegebenen Werte von Q_1 erhält man eine Beziehung, mit Hilfe deren man entweder Θ' oder w' wegschaffen kann. Aus weiter unten zu ersehenden Gründen soll hier das erstere geschehen. Führt man wieder die dimensionslose Größe

$$\nu = \frac{\lambda}{ck}$$

ein, so wird

$$\Theta' - \Theta_1 = \frac{w'(\bar{\Theta}-\Theta_1)}{\nu\bar{w}-(\nu-1)w'};$$

hiermit wird

$$Q_1 = -\frac{\nu c(\bar{\Theta}-\Theta_1)\pi r^2}{\nu\bar{w}-(\nu-1)w'}\cdot\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (11)$$

und

$$a = -\frac{\nu c r}{2(\nu\bar{w}-(\nu-1)w')}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}. \qquad (11a)$$

Setzt man wieder

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{k\bar{w}}{r^2}\varphi(\xi),$$

so ergibt sich durch Vergleich mit Gleichung (7) an Stelle von Gleichung (8)

$$\Phi(\xi,\nu) = \frac{\varphi(\xi)}{\nu-(\nu-1)\dfrac{w'}{\bar{w}}}. \qquad (12)$$

Das Verhältnis $\dfrac{w'}{\bar{w}}$ ist nur vom Strömungszustand, nicht aber von den Wärmevorgängen abhängig; man kann deshalb

$$\frac{w'}{\bar{w}} = \psi(\xi)$$

setzen. Seiner Bedeutung nach kann $\psi(\xi)$ nur Werte zwischen Null und Eins annehmen; diesen Grenzen entsprechen in Gleichung (12) die Werte

$$\Phi(\xi,\nu) = \frac{1}{\nu}\varphi(\xi) \quad \text{für } \psi(\xi) = 0,$$
$$\Phi(\xi,\nu) = \varphi(\xi) \quad \text{„ } \psi(\xi) = 1.$$

Der erstere Fall dürfte näherungsweise zutreffen bei sehr starker Turbulenz, bei der nach den Druckgefällebeobachtungen m nahezu $= 1$ ist; der zweite Fall paßt bemerkenswerterweise

auf den Fall der Laminarbewegung (Poiseuilleschen Bewegung), für den die Ableitung der Formel nicht mehr anwendbar ist.

Nach bekannten Rechnungen ist nämlich hier:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{8 k \bar{w}}{r^2}$$

und $$Q_1 = 8 \pi \lambda (\Theta - \Theta_1),$$

also $$\Phi(\xi, \nu) = \varphi(\xi) = 8^{1}).$$

Der Exponent m der Nusseltschen Formel ist hier gleich Null. Merkwürdigerweise stimmt für die beiden Grenzfälle $m = 1$ und $m = 0$ das Ergebnis der Formel (8) mit dem oben angeführten Ergebnis der Formel (12) überein.

3. Für die Prüfung der vorstehenden Gesetze scheinen Parallelversuche über den Wärmeaustausch und das Druckgefälle an der gleichen Rohrleitung durchaus erforderlich, da die Besonderheiten der einzelnen Rohrleitungen (verschiedene Rauhigkeit, Einfluß der Einströmung usw.) den Vergleich sonst sehr unsicher machen.

Solche Parallelversuche sind bisher nur von Nusselt (l. c.) veröffentlicht worden. Da diese sich auf Gase beziehen, wo die Werte von ν in der Nähe der Einheit liegen, liefern sie zwar einen Anhalt über die Zulässigkeit der im ersten Abschnitt gegebenen Theorie, lassen sich aber zu einer Prüfung der im zweiten Abschnitt erhaltenen Erweiterung dieser Theorie nicht verwenden, denn wenn ν nicht stark von 1 verschieden ist, dann unterscheiden sich die durch Formel (8) und (12) gegebenen Werte nicht in genügendem Maße, um bei den nicht unbeträchtlichen Fehlerquellen der Versuche bestimmte Gesetzmäßigkeiten für diese kleinen Unterschiede erkennen zu lassen.

Klaren Aufschluß über diese Dinge wird man erst erhalten können, wenn Parallelversuche über den Wärmeaustausch und das Druckgefälle bei mäßig zähen Flüssigkeiten vorliegen, bei denen $\nu = \frac{\lambda}{kc}$ nahe an Null ist. Mit $\nu = 0$ erhält man an Stelle von (12)

$$\Phi(\xi, 0) = \frac{\varphi(\xi)}{\psi(\xi)}.$$

Die Werte für kleine ν sind wenig von diesen verschieden, es ergibt sich also für $\Phi(\xi, \nu)$ ein Grenzwert, der eine reine Funktion von ξ ist. Die Nusseltsche Annahme (8) gibt im Gegensatz hierzu mit unbegrenzt abnehmendem ν unbegrenzt wachsende Werte von $\Phi(\xi, \nu)$, ein Resultat, das wenig glaubhaft erscheint.

Um einen Vergleich der theoretischen Resultate mit den Ergebnissen der Nusseltschen Versuche zu erhalten, möge im folgenden das Verhältnis $\frac{\varphi(\xi)}{\Phi(\xi, \nu)}$ für verschiedene Versuchswerte zahlenmäßig ausgerechnet werden; nach unserer Theorie (Formel 12) soll dieses gleich $\nu - (\nu - 1)\psi(\xi)$ sein, nach dem Ansatz (8) gleich ν^m.

Als Grundlage für die Rechnungen dienten die Zahlentafeln 3 und 7 bei Nusselt (Wärmeübergangsversuche mit Druckluft und Messungen des Druckgefälles bei Druckluft); für k und λ seien ebenfalls die bei Nusselt (ohne Quellenangabe) aufgeführten Werte benutzt[1]). Diese sind im C.G.S.-System:

für 0^0: $k = 0{,}0001726$ $\lambda = 0{,}0000526$,

„ 100^0: $k = 0{,}0002250$ $\lambda = 0{,}0000646$.

Zunächst wurde $\varphi(\xi) = C \cdot \xi^m$ ermittelt, das nach Gleichung (5) gleich $-\frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{r^2}{kw}$ ist.

Der Exponent m wurde bereits von Nusselt zu 0,776 ermittelt; die Konstante

$$C = -\frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{r^{2-m}}{k^{1-m} w^{1+m} \varrho^m}$$

wurde aus Versuch (4) und (8) (Zahlentafel 7), die nach Fig. 12 bei Nusselt beide gut auf der Interpolationskurve liegen, zu 0,0514 und 0,0522 gerechnet; der Mittelwert war 0,0518. Für die zu den einzelnen Wärmeübergangsversuchen gehörigen Druckgefälle wurde nun das entsprechende $\varphi(\xi) = 0{,}0518 \left(\frac{\varrho r w}{k}\right)^{0{,}776}$ berechnet, ferner aus den bei Nusselt angegebenen Werten von α, die durch Division mit 36000 auf C.G.S.-Einheiten gebracht waren, $\Phi(\xi, \nu) = \frac{2 \alpha r}{\lambda}$ bestimmt. ϱ und k wurden dabei der bei Nusselt angegebenen Mitteltemperatur entsprechend gewählt, λ dagegen für eine Temperatur $\Theta = \frac{2\Theta_1 + \Theta}{3}$; da die Wärmeleitung hauptsächlich in der Wandnähe zur Wirkung kommt, wo die Temperatur der Flüssigkeit sich schon der Wandtemperatur annähert, schien diese Wahl angemessen zu sein.

Der Radius des Rohres war 1,10 cm, die

1) Dies gilt für den hier angenommenen Fall der gleichförmigen Wärmezufuhr an alle Flüssigkeitsteilchen. Bei einem stationären Zustand, der durch eine Wärmezufuhr an die Flüssigkeitsteilchen proportional dem Temperaturüberschuß erhalten wird (vgl. die Fußnote S. 1074 r.), ergibt sich $Q_1 = 5{,}784\, \pi \lambda (\bar{\Theta} - \Theta_1)$; für eine nach dem Poiseuilleschen Gesetz strömende Flüssigkeit findet Nusselt (Z. d. V. d. J. 1910, S. 1154) die Wärmeübergangszahl mit der Rohrlänge veränderlich, jedoch einer konstanten Grenze zustrebend; der zu dieser Grenze gehörige Zahlwert ist 5,152.

1) Da die Arbeit im Landaufenthalt niedergeschrieben wurde, waren mir keine anderen Quellen zugänglich. Die Zahlenrechnungen sind mit dem Rechenschieber durchgeführt und machen daher keinen Anspruch auf große Genauigkeit.

Wandtemperatur war durch äußere Beheizung mit Dampf auf 100° gebracht.

Von den 69 Versuchen in der Zahlentafel (3) wurden 10 so ausgewählt, daß dabei die Werte von ξ von etwa 2500 bis 50000 laufen (bei $\xi = 1000$ liegt die kritische Geschwindigkeit), und dabei niedrige und hohe Drucke durcheinander vorkommen.

Die folgende Zahlentafel läßt die Werte der unabhängigen Veränderlichen und der Resultate der Rechnung erkennen. Die Werte von $\frac{\varphi(\xi)}{\Phi(\xi, \nu)}$, die sich nicht sehr regelmäßig um den Mittelwert **1,236** gruppieren, zeigen keinen erkennbaren Gang, weder mit ξ, noch mit dem Druck.

Versuch Nr.	Mittleres ϑ °C	Mittlerer Druck Atm.	Mittlere Geschwindigkeit w Sek.	$\xi = \frac{\varrho w d}{k}$	$\varphi(\xi)$	$\frac{\varphi(\xi)}{\Phi(\xi, \nu)}$
36	50,7	7,02	0.648	2660	23,6	1,095
5	50.4	1,155	4,32	2860	24,95	1,37
6	45.7	1,155	6,21	4320	33.6	1,265
47	41.0	10,02	1,053	6530	47.4	1,24
8	39,5	1,153	11,89	8560	58,1	1,26
18	39,2	2,050	8,35	10720	68,7	1,17
10	35,3	1,152	18,33	13500	80,3	1,24
13	31,6	1,171	27.2	21650	119	1,31
24	30,4	1,883	29,94	36000	177	1,22
42	28.9	6.97	9.63	44700	210	1,19
					Mittel:	1,236

Das Verhältnis $\frac{w'}{w}$ würde sich aus

$$\nu - (\nu - 1)\frac{w'}{w} = 1{,}236$$

mit $\nu = 1{,}25$ zu 0,056 berechnen. Dieser Wert ist unwahrscheinlich klein; doch ist zu bemerken, daß einerseits die beiden Zahlen 1,25 und 1,236 nicht allzu sicher bestimmt sind, andererseits auch von der hier entwickelten Theorie, die in manchen Punkten nur auf Abschätzungen beruht, keine zu große Genauigkeit erwartet werden darf. Die Abweichung, die sich hier zeigt, geht übrigens nach der früher vermuteten Richtung; die Unstimmigkeit wegen Einführung der gleichmäßigen Wärmezufuhr ließ erwarten, daß die Theorie für den Wärmeaustausch etwas zu große Werte liefern würde; führt man statt der theoretischen die kleineren wirklichen Werte in die Rechnung ein, so muß der Quotient $\frac{\varphi(\xi)}{\Phi(\xi, \nu)}$ zu groß ausfallen. Man wird dem Rechnung tragen, daß man in die Formel noch einen Berichtigungsfaktor aufnimmt, der vorläufig allerdings unbestimmt bleiben muß, solange nicht Versuche mit einer anderen Flüssigkeit (Wasser, Öl?) vorliegen. Im ganzen kann man die Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch als recht befriedigend ansehen.

Zusammenfassung. Auf Grund der Analogie zwischen den Differentialgleichungen der Wärmekonvektion und der Flüssigkeitsbewegung, wird eine Abbildung von Strömungsvorgängen auf Wärmeaustauschvorgänge erreicht; es gelingen Anwendungen dieses Wärmebildes auf Platten, die parallel zu ihrer Ebene in einer Flüssigkeit von anderer Temperatur bewegt werden, und auf Röhren, durch die eine Flüssigkeit strömt, deren Temperatur von der der Rohrwand verschieden ist. Die Ergebnisse der Theorie werden mit den Nusseltschen Versuchen verglichen; die Übereinstimmung ist zufriedenstellend.

(Eingegangen 23. September 1910.)

Die magnetischen Eigenschaften der Materialien und die molekulare Theorie.

Von K. Honda.

Bei den verschiedenen Theorien des Magnetismus setzt man voraus, daß der Magnetismus die dem Atom oder Molekül eigentümliche Eigenschaft der Materialien ist. Durch vielseitige Versuche wurde aber festgestellt, daß der Magnetismus, ob er ferromagnetisch, paramagnetisch oder diamagnetisch sei, in manchen Fällen durch die physikalischen oder chemischen Zustände stark beeinflußt wird; z. B. der Magnetismus ändert sich plötzlich bei den polymorphen Änderungen oder beim Schmelzen einiger Elemente[1]). Bei den binären Legierungen ist auch bewiesen, daß ihr Magnetismus[2]) an bestimmte Struktur gebunden ist. Besonders interessant in dieser Beziehung sind die paramagnetischen Eigenschaften[3]) der Verbindungen, die aus einem ferromagnetischen Element und einem nichtferromagnetischen bestehen, sowie auch die ferromagnetischen Eigenschaften[4]) einiger Verbindungen, die das Mangan mit einigen nichtferromagnetischen Elementen bildet.

Die ferromagnetischen und paramagnetischen Körper.

Gewöhnlich unterscheidet man die ferro-

1) K. Honda, Ann. d. Phys. **32**, 1204, 1910; P. Curie, Ann. de chim. et phys. (7) **5**, 289, 1895; Oeuvres p. 232, Paris, 1908.

2) u. 3) G. Tammann, Zeitschr. f. physik. Chem. **65**, 73, 1909; K. Honda, Ann. d. Phys. **32**, 1003, 1910.

4) F. Heusler, Verh. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 5. 219, 220, 1903; Wedekind, Zeitschr. f. physik. Chem. **68**, 614, 1909; K. Honda, Ann. d. Phys., ibid.

magnetischen Körper und paramagnetischen durch die Tatsache, daß bei den ersten die Suszeptibilität sehr groß ist, so daß sich ihre Magnetisierung durch die magnetometrische Methode nachweisen läßt, während die Suszeptibilität der letzteren Körper so schwach ist, daß ihre Magnetisierbarkeit durch die oben genannte Methode nicht beobachtet werden kann. Durch die Untersuchungen[1]) der binären Legierungen ist aber bewiesen, daß man eine Legierung herstellen kann, deren Suszeptibilität einen beliebigen Wert zwischen demjenigen der paramagnetischen und dem der ferromagnetischen Elemente besitzt.

Andererseits zeigen die Untersuchungen der paramagnetischen Körper, daß ihre Suszeptibilität von der Feldstärke bis zu deren untersuchtem Bereich unabhängig ist. Bekanntlich hängt im Gegenteil die Suszeptibilität der ferromagnetischen Körper von der Feldstärke stark ab. Es muß hier auch bemerkt werden, daß man eine Legierung herstellen kann, bei welcher die Änderung der Suszeptibilität mit der Feldstärke einen beliebigen Wert besitzt zwischen Null und der dem ferromagnetischen Element entsprechenden Zahl. Es ist daher nicht möglich, durch die oben genannte eine oder andere Eigenschaft eine Grenze zwischen den ferromagnetischen und paramagnetischen Körpern zu ziehen. Zwar bilden das ferromagnetische Element und das paramagnetische die beiden Endglieder der Reihe der Körper, deren Suszeptibilität von der einen zur anderen sich kontinuierlich ändert.

Der Einfachheit halber betrachten wir zunächst die Magnetisierung des Eisens und des Mangans. Bekanntlich ist das Eisen am stärksten magnetisierbar unter den ferromagnetischen Elementen und das Mangan am stärksten unter den paramagnetischen, mit Ausnahme von Sauerstoff; wobei wir vorläufig die seltenen Elemente, bei denen die Suszeptibilität noch nicht genau bekannt ist, beiseite lassen. Die Magnetisierung des Eisens nimmt nämlich mit zunehmender Feldstärke sehr schnell zu und erreicht bald einen Sättigungswert von etwa 220 C.G.S. pro Masseneinheit. Dagegen ist die Magnetisierung des Mangans in schwachen Feldern außerordentlich klein, doch nimmt sie mit zunehmender Feldstärke immer proportional zu; die Konstanz der Proportionalität oder die Suszeptibilität pro Masseneinheit ist ca. 10^{-3} C.G.S. Das Verhältnis der Magnetisierung des Eisens und der des Mangans ist daher in schwachen Feldern sehr groß, sie wird mit der steigenden Feldstärke immer kleiner; z. B. ist bei $H = 100$ das Verhältnis ca. 180000, während es bei $H = 20000$ nur 1100 ist. Obgleich die Suszeptibilität mit sehr weit steigendem Felde nicht immer konstant bleiben, sondern allmählich kleiner werden würde, ist es doch höchstwahrscheinlich, daß in einem genügend starken, noch nicht erreichten Felde jenes Verhältnis einen Wert von weniger als 100 erreichen würde.

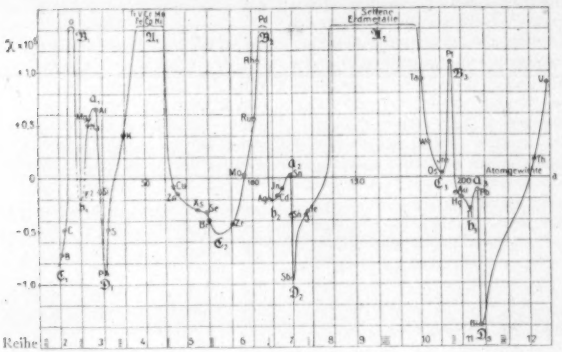
Der Unterschied im magnetischen Verhältnis zwischen Eisen und Mangan liegt hauptsächlich darin begründet, daß beim Eisen der Widerstand gegen den Magnetisierungsprozeß sehr klein, beim Mangan dagegen sehr groß sein muß. Nach der molekularen Theorie kommt dieser Unterschied nicht hauptsächlich von der sehr großen Ungleichheit der magnetischen Momente zwischen Eisen- und Manganmolekül, sondern ist den voneinander weit abweichenden Widerständen gegen die Änderung der Orientierungen der Molekularmagneten zuzuschreiben. Was jedoch das Wesen dieses Widerstands betrifft, so vermögen wir es auf Grund des Experiments noch nicht aufzuklären. Es muß aber bemerkt werden, daß der Widerstand nicht hauptsächlich von den mechanischen gegenseitigen Wirkungen der Moleküle, sondern wohl vom kinetischen Zustande derselben herrührt. Die gegenseitige magnetische Wirkung der Molekularmagneten wird dann von Bedeutung sein, wenn der Widerstand im Vergleich mit der ersten sehr klein ist, wie beim Eisen. Sie wird aber sehr wenig Einfluß haben, wenn der Widerstand sehr groß ist, wie beim Mangan. Die obigen Bemerkungen für Eisen und Mangan gelten natürlich qualitativ auch für die anderen ferro- und paramagnetischen Elemente.

Es ist wohl denkbar, daß man die ferromagnetischen Elemente durch Änderung der physikalischen oder chemischen Zustände in einen Zustand bringen kann, in dem der Widerstand gegen den Magnetisierungsprozeß sehr groß wird; oder umgekehrt, daß man die paramagnetischen Elemente in einen Zustand bringen kann, in dem der Widerstand zum Magnetisierungsprozeß sehr klein wird. Die folgenden drei Tatsachen entsprechen dem ersten Fall:

1. Wie wohl bekannt ist, gehen die ferromagnetischen Elemente, wenn man sie erhitzt, bei einer höheren Temperatur in den paramagnetischen Zustand über.

2. Wenn eine geringe Menge des ferromagnetischen Elements mit einem nicht ferromagnetischen ein Mischkristall bildet, so befindet sich das ferromagnetische Element in

1) Vgl. K. Honda, Ann. d. Phys. **32**, 1093, 1910.



einem paramagnetischen Zustand[1]), z. B. bei den Legierungspaaren $Fe-V, Ni-Cr, Co-Cr$.

3. Wenn ein ferromagnetisches Element mit einem nichtferromagnetischen eine Verbindung bildet, so ist diese meistens paramagnetisch[2]), z. B. $FeAl$, $FeAl_3$; $NiAl$, $NiAl_2$, $NiAl_3$; $CoAl$, Co_2Al_5.

Dem zweiten Fall entsprechen einige Verbindungen des Mangans. Wenn das Mangan mit einigen nichtferromagnetischen Elementen chemische Verbindungen bildet — z. B. Mn_3Sb_2, Mn_2Sb[3]); Mn_2Sn, Mn_4Sn[3]); MnP[4]), Mn_5P_2[5]); Mn_5N_2, Mn_7N_3[4]); MnB[4]) —, so sind diese ferromagnetisch[6]).

Die paramagnetischen und diamagnetischen Körper.

Die bisher bekannten diamagnetischen Körper haben alle sehr kleine Suszeptibilität, deren Größenordnung gleich der Suszeptibilität der paramagnetischen ist. Die Suszeptibilität ist auch hier vom Felde bis zu dessen untersuchtem Bereich unabhängig. Der wichtige Unterschied zwischen den para- und diamagnetischen Körpern ist bekanntlich die entgegengesetzte Polarität bei der Magnetisierung. Es läßt sich dann fragen, ob dieser Unterschied der wirkliche oder der scheinbare ist. Wir messen die Suszeptibilität der Materialien gegen das Vakuum und es ist nicht möglich, ihren absoluten Wert zu bestimmen. Wenn der Äther paramagnetisch wäre und eine genügend große Suszeptibilität hätte, so wäre die diamagnetische Erscheinung nur scheinbar. An meiner Kurve (Suszeptibilität—Atomgewicht) ist ohne weiteres zu erkennen, daß es in der Nähe der Nullinie keinen besonderen Verlauf der Kurve zu geben scheint, und zwar ist der Verlauf der Kurve ein solcher, daß man berechtigt ist, die absolute Nullinie tiefer als die Suszeptibilität des Wismut zu nehmen. Berücksichtigt man aber die anderen Eigenschaften der diamagnetischen Elemente, so ist man geneigt, vorauszusetzen, daß dies nicht geschehen darf.

Zunächst hängt die störende Wirkung des freien Äthers auf die Messung der absoluten Suszeptibilität pro Masseneinheit eines Elements bekanntlich von der Suszeptibilität $\varkappa$ pro Volumeinheit des Äthers und von der Dichtigkeit ϱ des Elements ab und zwar ist die Korrektion $\varkappa/\varrho$. Alle bisher untersuchten Gase haben sehr kleine Suszeptibilität; selbst beim Sauerstoff, der eine sehr große Suszeptibilität im Vergleich zu anderen Gasen besitzt, ist $\varkappa = +0{,}16 \times 10^{-6}$. Handelt es sich daher um ein Element, dessen Dichtigkeit etwa 5 beträgt, so ist die Korrektion nur $+0{,}03 \times 10^{-6}$. Hätte also der Äther nicht eine viel größere Suszeptibilität als die gewöhnlichen Gase, so müßte im allgemeinen die Einwirkung des Äthers vernachlässigend klein sein. Wollte man aber alle diamagnetischen Körper wegschaffen, so müßte der Äther eine sehr große Suszeptibilität besitzen.

Bedenken wir zweitens die Wirkung der

1) u. 2) G. Tammann, Zeitschr. f. phys. Chem. **65**, 73, 1909. Vgl. auch K. Honda, Ann. d. Phys. **32**, 1003, 1910.

3) R. S. Williams, Zeitschr. f. anorg. Chem. **55**, 1, 1907; K. Honda, Ann. d. Phys., loc. cit. Obgleich die stärkste Intensität der Magnetisierung von Manganantimonlegierungen bei der Konzentration eines Mischkristalls vorkommt, ist doch, wie von mir erklärt wurde, diese starke Magnetisierung der Verbindung des Mangans mit dem Antimon zuzuschreiben.

4) Wedekind, Zeitschr. f. phys. Chem. **66**, 614, 1909; Ber. d. D. chem. Ges. **41**, 3760, 1908.

5) Heusler, Zeitschr. f. angew. Chem. **17**, 256, 1904.

6) P. Weiß hat einen ferromagnetischen Zustand des Mangans gefunden. Journ. de Phys., Juillet, 1910.

Temperatur auf die Suszeptibilität der Elemente. Bei den meisten diamagnetischen Elementen, die beim Schmelzen eine diskontinuierliche Änderung der Suszeptibilität zeigen, nimmt die Suszeptibilität beim Schmelzen numerisch ab, z. B. bei *Bi, Sb, Tl, Te, Pb.* Wäre die Suszeptibilität des Äthers so groß, daß sie die scheinbare Diamagnetisierung dieser Elemente verursächte, so würde die obige Erscheinung die numerische Zunahme der Suszeptibilität beim Schmelzen bedeuten, was wohl nicht wahrscheinlich ist.

Aus meinem Resultat[1]) über die Wirkung der Temperatur auf die Suszeptibilität ersieht man, daß die Änderung der Suszeptibilität bei der Erwärmung durch folgendes Gesetz[2]) gegeben ist:

Die Erhöhung der Temperatur bewirkt eine Änderung der Suszeptibilität eines Elements, im Sinne gleich einer geringen Zunahme des Atomgewichts entsprechend.

Nach diesem Gesetze muß die Suszeptibilität der in den ausgezeichneten Maxima oder Minima meiner Kurve (Suszeptibilität—Atomgewicht) liegenden Elemente durch Erwärmung numerisch abnehmen, weil die Suszeptibilität dieser Elemente numerisch abnimmt, wenn ihre Atomgewichte ein wenig zunehmen. Die Suszeptibilität muß ähnlich bei den in den steilen ansteigenden Ästen liegenden Elementen zunehmen, dagegen bei den in den steilen sinkenden Ästen liegenden Elementen abnehmen. Tatsächlich nimmt die Suszeptibilität der Elemente *O, Al, Fe, Pd, Sb, Pt, Bi* in ausgezeichneten Maxima und Minima, sowie auch die Elemente *Ni, Co, Ta* in steil sinkenden Ästen mit steigender Temperatur ab; dagegen nimmt sie zu bei den Elementen *Na, Ti, V, Cr, Mn, Ru, Rh, Ir, Th.* Bei den para- und diamagnetischen Elementen, die sich in flachen Maxima und Minima oder in den nicht steilen Ästen befinden, ist die Änderung der Suszeptibilität, wie zu erwarten ist, sehr klein oder gar nicht bemerkbar.

Von diesem Gesetz findet man keine wichtige Ausnahme: beim Phosphor gibt es keine Abnahme, aber man muß auch den Umstand in Betracht ziehen, daß hier das untersuchte Temperaturintervall klein ist. Die beträchtliche Abnahme der Suszeptibilität bei der Kohle ist dem obigen Gesetze wohl günstig, wobei bemerkt sei, daß in meiner Kurve der Wert nur für den Diamant eingetragen ist. Beim Zink findet man eine ziemlich große Abnahme anstatt einer konstant bleibenden oder ein wenig zunehmenden Suszeptibilität; da aber der Kurvenast zwischen Zink und Arsen noch nicht genau bekannt ist, kann man nicht ergründen, ob es eine Ausnahme bildet. Ähnliches gilt auch für Blei.

Wenn man die Suszeptibilität des Äthers verschwindend klein und daher die von mir beobachteten Werte der Suszeptibilität als die absoluten annimmt, so sind die erwähnten Wirkungen der Temperatur für die para- und diamagnetischen Elemente gleich; z. B. bei den para- und diamagnetischen Elementen, deren Suszeptibilität in den spitzen Punkten meiner Kurve liegen, nimmt die Suszeptibilität mit steigender Temperatur numerisch ab.

Alle diese magnetischen Eigenschaften der Elemente sprechen für die Voraussetzung, daß die Suszeptibilität des Äthers gegen die der Elemente verschwindend klein ist, und daß der Diamagnetismus der Elemente wirklich die dem Paramagnetismus entgegengesetzte Polarität[1]) ist.

Magnetisierung und Molekularzustand.

Durch meinen Versuch[2]) habe ich den interessanten Fall gefunden, wo die Suszeptibilität eines Elements sich bei der polymorphen Umwandlung plötzlich ändert. Zum Beispiel bei Thallium ändert sich die Suszeptibilität bei 234° plötzlich, einer Temperatur, bei welcher die Umwandlung von α-Thallium zu β-Thallium sich vollzieht. Gewöhnliches Zinn ist bei Zimmertemperatur schwach paramagnetisch, während das Grauzinn stark diamagnetisch ist. Da das Grauzinn, wenn man es bis 32° erhitzt, sich plötzlich in gewöhnliches Zinn umwandelt, so muß damit eine diskontinuierliche Änderung der Suszeptibilität vom negativen Werte zum positiven vorkommen. Der Diamant und die Kohle, die beiden Modifikationen des Kohlenstoffs, haben auch ungleiche Suszeptibilität. Nach Curie[3]) hat der Phosphor verschiedene Suszeptibilität für beide Modifikationen. Für Schwefel ist dies aber nicht der Fall.

Die Suszeptibilität einiger Elemente ändert sich wieder beim Schmelzen[4]) plötzlich, z. B. bei *Bi, Sb, Tl, Te, Pb, Sn, Ag, Au.* Dagegen gibt es auch Fälle, wo sie sich beim Schmelzen unbeträchtlich oder gar nicht ändert.

1) K. Honda, Ann. d. Phys., loc. cit.
2) K. Honda, C. R. 151, 511, 1910.

1) P. Curie hat aus seinem Versuch geschlossen, daß die Suszeptibilität der diamagnetischen Körper von der Temperatur unabhängig ist, während die der paramagnetischen sich nach dem Gesetze der umgekehrten Proportionalität der Temperatur ändert, daß daher ihre Magnetisierung ihrem verschiedenen Charakter zuzuschreiben ist. Nach meinem Versuch sind aber diese beiden Gesetze für die Elemente nicht anwendbar.
2) K. Honda, loc. cit.
3) P. Curie, loc. cit.
4) K. Honda, loc. cit.

Mit den oben genannten Änderungen des physikalischen Zustands vollzieht sich in manchen Fällen wohl eine Zustandsänderung im Innern des Moleküls und dies könnte die Änderung der Suszeptibilität verursachen. Daß das Zinn beim Schmelzen oder bei der polymorphen Umwandlung das Vorzeichen der Suszeptibilität wechselt, scheint mir nur erklärlich durch die Voraussetzung der Änderung des intermolekularen Zustands beim Schmelzen oder bei der Umwandlung.

Aus meiner Kurve (Suszeptibilität—Atomgewicht) ersieht man, daß es eine gewisse Periodizität der Suszeptibilität in bezug auf das Atomgewicht gibt. Nicht allein wiederholt sich dieselbe Kurvenform, sondern es kommen auch die para- und diamagnetischen Elemente mit zunehmendem Atomgewicht in einem periodischen Wechsel vor. Es ist daher höchstwahrscheinlich, daß der paramagnetische Zustand der Elemente sowie der diamagnetische von der Menge der Masse (gravitationale oder elektronische) und ihrer Verteilung (mit Rücksicht auf den kinetischen Zustand) im Atom abhängt. Daß dies möglich ist, ist durch die von Professor H. du Bois untersuchten Modelle des Kreisels[1]) erwiesen. Wir sind aber noch nicht imstande, weiteres über die magnetische Struktur des Atoms im Sinne des Experiments hier anzuführen.

Die Verbindungen haben immer die bestimmten Suszeptibilitäten, die im allgemeinen ganz verschieden sind von denjenigen, die von der Suszeptibilität ihrer konstituierenden Elemente zu erwarten sind. Es gibt einige diamagnetische Verbindungen[2]), z. B. MgO, Al_2O_3, die aus zwei paramagnetischen Elementen bestehen, und auch einige paramagnetische Verbindungen[3]), z. B. $CuBr_2$, $CuCl_2$, die aus zwei diamagnetischen Elementen bestehen. Diese Erscheinungen sowie die früher schon erwähnten merkwürdigen Erscheinungen, die beim Schmelzen des Zinns oder bei seinen beiden Modifikationen beobachtet wurden, sind nach der obigen Voraussetzung soweit verständlich.

1) H. du Bois, Ann. d. Phys. **14**, 219, 1904.
2) u. 3) S. Meyer, Ann. d. Phys. **1**, 668, 1900; J. Königsberger, Wied. Ann. **68**, 698, 1898; Ann. d. Phys. **1**, 175, 1900.

(Eingegangen 25. September 1910.)

Bemerkungen über die Natur der durch elektrische Entladungen auf Alkalimetallen in Vakuumröhren gebildeten farbigen Schichten.

Von J. Elster und H. Geitel.

Vor kurzem[1]) haben wir mitgeteilt, daß unter dem Einflusse der Glimmentladung in verdünntem Wasserstoffe sich auf Elektroden von Kalium, Rubidium, Cäsium und Natrium gefärbte Schichten bilden, die sich als photoelektrisch empfindlicher wie die reinen Alkalimetalle erweisen, indem sie bei Bestrahlung mit sichtbarem Lichte bis zu fünfmal stärkere Photoströme geben als jene. Wir faßten diese farbigen Substanzen als Lösungen der kolloiden Alkalimetalle in den entsprechenden Hydriden auf, wobei im Grenzfalle der Wasserstoffgehalt verschwindend klein werden könnte, so daß man es praktisch mit fast reinen Modifikationen der Alkalimetalle zu tun hätte.

Inzwischen ist uns eine Arbeit der Herren Franz Fischer und Fritz Schröter[2]) bekannt geworden, in der über die Darstellung von Modifikationen einer Reihe von Metallen durch elektrische Verstäubung in flüssigem Argon berichtet wird. Es ist wohl zweifellos, daß die unter Verwendung von Alkalimetallkathoden im Lichtbogen unter flüssigem Argon gewonnenen Substanzen mit den von uns nach jener andern in mancher Art ähnlichen Methode erhaltenen identisch sind.

Dies geht hervor aus der für jedes der Alkalimetalle übereinstimmenden Färbung (*K*, *Rb*, *Cs* blau bis violett, *Na* braun), sowie der Unbeständigkeit beider Arten von Körpern schon bei gewöhnlicher Temperatur und besonders beim Erwärmen.

Wir möchten noch eine weitere Beobachtung mitteilen, die dafür spricht, daß jene farbigen Substanzen an sich nur Modifikationen der Alkalimetalle selbst sind und daß die Gegenwart von Wasserstoff bei unserem Darstellungsverfahren nur insofern von Bedeutung ist, als sie die Entstehung dieser allotropen Formen erleichtert, wahrscheinlich dadurch, daß die Hydride der Alkalimetalle als Lösungsmittel wirken und ihnen eine größere Beständigkeit verleihen. Hat man auf sehr dünnen Kaliumschichten, die an dickere anstoßen, die Färbungen gleichmäßig hervorgerufen, so beobachtet man stets, daß die Rückbildung zu metallisch blankem Kalium schneller auf den Schichten mit metallischer Unterlage erfolgt als auf den dünnen, in ihrer ganzen Masse durchgefärbten. Es scheint also

1) Diese Zeitschr. **11**, 257, 1910.
2) Ber. der deutschen chemischen Gesellschaft **43**, 1454, 1910.

das kristallinische Kalium durch Kontakt mit der blauen Modifikation auf diese in der Weise einzuwirken, daß es ihre Rückverwandlung beschleunigt.

Da bei unserer Darstellungsweise der Wasserstoff anscheinend eine wesentliche Rolle spielt, so halten wir es für nicht ausgeschlossen, daß auch bei den Versuchen der Herren Fischer und Schröter die Gegenwart dieses Gases von Einfluß gewesen ist. Weil nämlich die Alkalimetalle nicht anders als mit einer Hydroxydrinde umkleidet in den Verstäubungsapparat eingebracht werden können, läßt sich das Auftreten von Wasserstoff in den Gasen des Lichtbogens nicht vermeiden.

Schließlich möchten wir noch erwähnen, daß wir, noch ohne Kenntnis von jener Arbeit zu haben, von ähnlichen Erwägungen wie die Herren Fischer und Schröter geleitet, größere Mengen des farbigen Alkalimetalles dadurch zu gewinnen suchten, daß wir die Kaliumzellen während des Durchgangs des Glimmstromes mittels flüssiger Luft kühlten. Wider Erwarten erhielten wir keine oder nur unbedeutende Färbungen, wahrscheinlich weil die Alkalimetallelektrode jetzt so stark abgekühlt wurde, daß die zur Bildung der Hydride notwendige Dampfentwicklung an ihrer Oberfläche unterblieb.

Wolfenbüttel, September 1910.

(Eingegangen 27. September 1910.)

Magnetische Schirmwirkung und elektromagnetische Induktion im Eisenamalgam.

Von L. Stjepanek.

1. Einleitung.

Herr L. Baumgardt aus Frankfurt a. M. brachte vor einiger Zeit an Herrn Professor H. Th. Simon folgendes interessante Problem heran[1]):

In einem homogenen Magnetfelde sei eine Drahtschleife $ABCD$ (Fig. 1A) so parallel zu den Kraftlinien aufgestellt, daß sie lediglich die Freiheit hat, sich um die Seite AD als Achse zu drehen. Fließt ein Strom durch diese Schleife, so wird sowohl auf Seite AB, wie auf Seite DC, eine Kraft ausgeübt. Diese beiden Kräfte sind gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet, und setzen sich daher zu einem Drehmoment zusammen, welches die Schleife mit ihrer Ebene senkrecht zu den Kraftlinien zu legen strebt. Wegen der angenommenen Freiheitseinschränkung wird indessen irgendeine Bewegung nicht eintreten können. Umgibt man jetzt die Seite DC mit einem Eisenrohr (Fig. 1B), welches den Stromträger DC gegen das Feld abschirmt, so sind jetzt die auf AB und DC ausgeübten Kräfte nicht mehr gleich, da sich jetzt DC in einem Felde kleinerer Feldstärke befindet, wie AB. Ein Teil der auf AB ausgeübten Kraft setzt sich wieder mit der auf DC ausgeübten zu einem Drehmoment zusammen, welches wegen der Freiheitsbeschränkung keine Wirkung üben kann. Der übrig bleibende Rest der auf AB ausgeübten Kraft aber wird die Schleife um die Achse AD drehen[1]). Das kann natürlich nur so lange geschehen, bis die Seite DC an die Wand des Eisenrohrs anstößt. Danach wird die Schleife mit einem entsprechenden Druck an die Wand des Eisenrohrs angepreßt[2]).

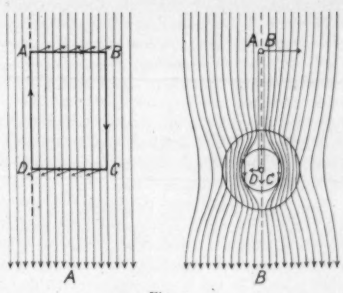


Fig. 1.

Der Gedankengang des Herrn Baumgardt war nun folgender:

Wenn das Eisenrohr durch einen gleichgeformten Hohlzylinder aus flüssigem Magnetikum ersetzt werden könnte, so werde die Wand jenem Drucke keinen Widerstand leisten; die Schleife werde einen Bewegungsantrieb relativ zu dem Magnetikum erfahren; es werde daher eine dauernde Rotation um die Achse AD erfolgen müssen, falls man den unteren Teil des Feldes mit einem solchen Magnetikum anfüllt[3]).

1) Herr L. Baumgardt bekam diese Arbeit vor ihrer Veröffentlichung vom unterzeichneten Institut zur Einsicht und da er gefunden hat, daß sein Gedankengang an manchen Stellen unzutreffend wiedergegeben sei, habe ich seine Ergänzungen zu diesem ersten Abschnitt der Arbeit als Anmerkungen beigefügt.

1) Über ähnliche Betrachtungen mit Berechnungen und Experimenten H. du Bois: Über magn. Schirmwirkung. Wied. Ann. **65**, 1—37, 1898. Abschnitt: Gepanzerte Stromleiter S. 30—37.

2) Herr Baumgardt fügt noch den Satz hinzu: „Einen gleich großen, aber entgegengesetzt gerichteten, elektromagnetischen Druck erfährt das abschirmende Eisenrohr".

3) Statt dieses Satzes sagt Herr Baumgardt folgendes: „Wenn das Eisenrohr durch einen gleichgeformten Hohlzylinder aus flüssigem Magnetikum ersetzt werden könnte, so treten zwar auch in einer solchen magnetisch schirmenden Substanz Schubkräfte auf, deren Summe ebenso groß ist wie der auf die stromdurchflossene Schleife wirkende resultierende Schub und deren Richtung letzterem

Oder umgekehrt, es werde in diesem Falle in der Schleife eine elektromotorische Kraft induziert werden müssen, wenn man sie um die Achse AD so in Drehung versetze, daß eine Relativbewegung zwischen dem flüssigen Magnetikum[1]) und der Schleife entsteht. Da eine Änderung des die Schleife durchsetzenden Induktionsflusses dabei ersichtlich nicht erfolgt, so müsse eine besondere, bisher unbekannte Art von Induktion im Spiele sein.

Um diese paradoxe Folgerung zu prüfen, hatte Herr Baumgardt unter Anwendung des von Nagaoka[2]) untersuchten Eisenamalgams das Auftreten der Rotation zu beobachten gesucht, jedoch keinen Erfolg erzielt[3]). Er wandte sich an Herrn Professor Simon, mit der Bitte, mit den Mitteln seines Instituts eine Entscheidung herbeizuführen. Herr Professor Simon gab mir die Anregung, mich mit der Frage zu beschäftigen und geeignete Versuche anzustellen.

Im folgenden wird über das Ergebnis berichtet. Und zwar werden zunächst die Versuche beschrieben, die ich zum Nachweis der nach obigen Überlegungen zu erwartenden elektromotorischen Kraft unternommen habe; dann wird eine schätzungsweise Berechnung dieser elektromotorichen Kraft mitgeteilt und endlich, da dieselbe in Wirklichkeit nicht beobachtet wurde, gezeigt, wo der Irrtum in jenen Überlegungen zu suchen ist.

2. Versuche.

Zur Erzeugung eines genügend ausgedehnten homogenen Magnetfeldes wurden zwei im Institut vorhandene Spulen so aufgestellt, wie Fig. 2 zeigt. Ihr Abstand wurde nach Helmholtz[1]) so gewählt, daß bei (M) auf genügend großem Raume ein homogener Kraftlinienverlauf entstand. Die Spulen konnten mit Stromstärken bis 3,5 A erregt werden; das Feld bei (M) hatte bei Erregung mit 1 A eine Stärke

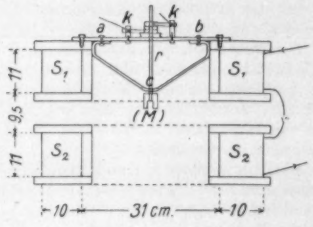


Fig. 2.

von 96 Gauß. Symmetrisch zu den Spulen und zu dem Felde wurde der Rotationsapparat angebracht, der die im Felde (M) befindlichen Spulen in Rotation möglichst genau um die Spulenachse versetzen konnte. (Siehe Fig. 2.)

Der Rotationsapparat besteht aus einem Rahmen $a\,b\,c$ von Flachmessing, welcher an der oberen Feldspule befestigt ist und eine in ihm drehbare Messingröhre r trägt. Auf dieser Messingröhre sitzen fest zwei zylindrische Stücke aus Hartgummi. Das obere Stück trägt zwei Schleifringe aus Kupfer und den Schnurlauf zum Antrieb. Das untere hat einen Einschnitt, in welchem man die Rotationsspule einklemmen kann. Die Messingröhre r mit der Rotationsspule wird mittels Schnurlaufes von einem Motor angetrieben. Der feste Rahmen trägt noch zwei isolierte Klemmen k mit Schleifbürsten aus Kupfer. Die etwa 30 cm langen Enden der Rotationsspule wurden gut umeinander verdrillt, durch die Röhre r nach oben durchgezogen und an den Schleifringen befestigt. Die Klemmen k dienen zur Verbindung mit dem Galvanometer.

Die Rotationsspulen wurden, um Wirkungen störender Felder auszuschalten, astatisch gewickelt, d. h. so wie Fig. 3 und 4 zeigen, in zwei Hälften mit entgegengesetztem Wicklungssinn. Folgende Spulen wurden versucht:

Spule I. Auf einem Rahmen von Hartgummi wurden 64 Windungen (32 Doppelwindungen) eines 0,2 mm dicken seidenumsponnenen Kupferdrahtes aufgewickelt. In der Fig. 3 ist nur eine Doppelwindung markiert.

Schub entgegengesetzt ist; aber während in dem starren Eisenpanzer diese Schubkräfte sämtlich durch das Eisen auf die abgeschirmte Stromschleife mechanisch übertragen werden, ist in einem flüssigen Panzer die mechanische Schubübertragung keine vollständige. Besonders wenn neben geringer innerer Reibung auch der Reibungswiderstand zwischen flüssigem Magnetikum und Schleifenoberfläche sehr gering ist (und bei kleinstmöglicher Adhäsion), dann gleiten einzelne Träger jener Schubkräfte bildende Partien des flüssigen Magnetpanzers über die Oberfläche hinweg, ohne ihre Schubkraft an die Schleife mechanisch abzugeben. Der übrig bleibende mechanisch auf die Schleife übertragene Teil der Gesamtschubkraft des Panzers ist kleiner als der entgegengesetzt gerichtete Schub der Schleife und letztere kommt in Bewegung."

1) Hier fügt Herr Baumgardt den Satz ein: „— da, wo bereits durch Schirmwirkung eine Verdichtung der Hauptfeldlinien stattfindet —".

2) H. Nagaoka, Über verdünnte ferromagnetische Amalgame. Wied. Ann. **59**, 66—83, 1896.

3) Herr Baumgardt fügt hier hinzu, daß nach seinen mir im Detail unbekannten Vorversuchen wegen der historischen Entwicklung und zur sachlichen Beleuchtung wohl darauf hinzuweisen wäre, „daß die von ihm erwarteten Antriebskräfte so kleiner Größenordnung sind, daß es zweckdienlich erschien, die Umkehrung der zuerst gewählten Anordnung zu wählen und mit einem empfindlichen Galvanometer die vermutete EMK aufzusuchen".

1) A. Winkelmann, Handb. d. Phys. **4**, 263. 1905; E. Mascart et J. Joubert, Leçons sur l'électr. et le magn. **2**, 118, 1886.

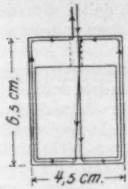


Fig. 3.

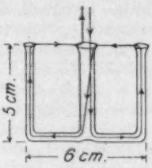


Fig. 4.

Um die Reibungswiderstände möglichst klein zu machen, war der Querschnitt des Spulenkörpers schiffförmig gewählt. Der Widerstand dieser Spule beträgt 6,5 Ohm, die Höhe 6,5 cm, die Breite 4,5 cm.

Spule II. 100 Windungen eines 0,5 mm dicken Drahtes wurden ohne Rahmen zu einer Doppelspule von 8 cm Höhe, 6 cm Breite und 1,7 Ohm Widerstand gewickelt. Querschnitt des Spulenkörpers kreisförmig.

Spule III. 56 Windungen desselben Drahtes wurden zu einer Doppelspule von 5 cm Höhe, 6 cm Breite und 0,6 Ohm Widerstand gewickelt und zwar wurden die Windungen durch eine Glasröhre geführt (Fig. 4). Querschnitt kreisförmig.

Spule IV. 40 Windungen desselben Drahtes wurden in 10 Partien zu je 4 Windungen strahlenförmig und symmetrisch in bezug auf die Rotationsachse der Spule angeordnet. Höhe 5 cm, Breite 6 cm, 0,5 Ohm Widerstand.

Der Anschluß der Spulen an das Galvanometer erfolgte zuerst durch Schleifkontakte. Als sich Störungen mit diesen zeigten, welche von Thermoströmen und der unipolaren Induktion zwischen den Schleifkontakten herrührten, ersetzte ich die Schleifringe und Bürsten durch folgende Anordnung. Zwei gleiche 5 bis 6 m lange und 0,2 mm dicke seidenumsponnene Kupferdrähte wurden sorgfältig umeinander verdrillt, die Enden an der einen Seite der so erhaltenen Zuleitung mit den Enden der Rotationsspule verlötet und die Enden an der anderen Seite derselben mit dem Galvanometer verbunden. Diese Zuleitung von der Rotationsspule zum Galvanometer wurde zunächst in der Richtung der Achse der Röhre r bis 2 m senkrecht hinauf gegen die Decke des Zimmers und dann schräg hinunter zu den Klemmen des Galvanometers geführt. Der senkrechte Teil dieser Zuleitung ließ einige hundert Umdrehungen des Rotationsapparates abwechselnd in dem einen und dann im entgegengesetzten Sinne zu, ohne daß dabei ein Induktionsstoß durch diesen Teil der Zuleitung entstand oder sie selbst irgendwie beschädigt wurde. Durch diese Zuleitung wurde zwar der Widerstand um 4,9 Ohm größer, der Versuch war aber so von den erwähnten Störungen frei.

Das mehr als 2 proz. Eisenamalgam wurde durch Elektrolyse der Ferroammoniumsulfatlösung im Wasser erhalten. Eine Eisenplatte war Anode und eine Schicht vom Quecksilber am Boden des Gefäßes Kathode. Während der Elektrolyse wurde das Quecksilber bezw. das Eisenamalgam langsam gerührt mit einem rechtwinklig gebogenen Glasrührer, welcher von einem Elektromotor konstant gedreht wurde. Die Elektrolyse dauerte mehrere Tage und Nächte ununterbrochen, weil die Stromstärke sehr klein, ca. 0,002 Amp. pro cm² der Quecksilberoberfläche, genommen werden muß[1]).

Als Galvanometer schließlich wurde benutzt ein Drehspuleninstrument von Hartmann & Braun, welches 1 cm Ausschlag gab mit ca. $6 \cdot 10^{-6}$ Amp. Stromstärke bei 1 m Entfernung vom Spiegel bis zur Skala.

Wenn kein Eisenamalgam in das Feld gebracht wurde, blieb das Galvanometer bei der Rotation der Spule in völliger Ruhe. Wurde das Eisenamalgam so in das Feld gebracht, daß die untere Spulenhälfte eintauchte, so ergab sich bei Beginn der Rotation ein schwacher Stromstoß, ebenso beim Aufhören der Rotation ein dem ersteren entgegengesetzter, während der Rotation aber zeigte sich keine Spur eines Stromes. Die zu Anfang und Ende der Rotation auftretenden Stromstöße änderten ihre Richtung, wenn die Richtung des magnetischen Feldes oder der Sinn der Rotation geändert wurde. Auch mit der Spule II vom kreisförmigen Querschnitt wurde keine andauernde elektromotorische Kraft bei kontinuierlicher Rotation beobachtet. Um das Eisenamalgam am Mitrotieren zu hindern und die Relativbewegung zwischen der Spule und dem Eisenamalgam zu vergrößern, belegte ich die Wände des Gefäßes, in welchem das Eisenamalgam war, mit einem Bastgeflecht großen Reibungswiderstandes, denselben Zweck verfolgte die Spule III, die durch eine Glasröhre gewickelt war. Auch jetzt bekam ich keinen dauernden Strom, dagegen blieben die Anfangs- und Endausschläge immer in dem zuerst beobachteten Sinne vorhanden. Sie betrugen mit ungefähr 2 Ampere Stromstärke in den Feldspulen bei der Spule I bis 4 mm, bei der Spule II bis 8 mm, bei der Spule III ungefähr wie bei I, bei der Spule IV bis 10 mm. Mit 3,5 Ampere ungefähr in den Feldspulen gab die Spule IV einen Ausschlag

1) Näheres über diese Elektrolyse und das Eisenamalgam: A. Zamboni, Amalgama di ferro. Il Nuovo Cimento **2**, 26—36, 1895; H. Nagaoka, Über verd. ferromagn. Amalgame. Wied. Ann. **59**, 66, 1896.

bis 20 mm. Bei der Benutzung von Schleifbürsten waren diese Ausschläge bedeutend stärker, weil dann der Widerstand der Zuleitung zum Galvanometer (4,9 Ohm) wegfällt.

Hob man das Eisenamalgam stufenweise in die Höhe, so wurde überhaupt kein Ausschlag beobachtet, auch nicht bei Beginn oder Ende der Rotation, solange die Spule oberhalb des Eisenamalgams war, sobald aber der untere Teil der Spule in das Eisenamalgam tauchte, gab das Galvanometer bei Beginn und Ende der Rotation einen Ausschlag. Diese Ausschläge erreichten, wenn die Spulen etwa zur Hälfte in das Eisenamalgam tauchten, die größten kurz vorhin angegebenen Werte. Zwei Spulen konnte ich noch tiefer eintauchen und bemerkte dabei, daß die Ausschläge dann kleiner wurden und sogar ins Entgegengesetzte umschlugen.

3. Abschätzung der Größe des vermeintlichen Effekts.

Gibt man das Eisenamalgam, welches sich in einem zylindrischen Gefäße befindet, in das homogene Magnetfeld nach (M), so wird sich der Verlauf der Induktionslinien im Felde etwas ändern. Die Induktionslinien werden gegen das Eisenamalgam konvergieren, u. zw., weil sich der Eisenamalgam-Zylinder in der Mitte (M) befindet, gegen die Achse der ganzen Anordnung (Fig. 5). Wäre der im Eisenamalgam eingetauchte Teil der Schleife nicht aus Kupfer, sondern aus einem Leiter derselben Permeabilität wie das Eisenamalgam, dann würde die in das Eisenamalgam eingetauchte Schleife keine Veränderung in der Verteilung der Induktionslinien hervorrufen. In ihrem Innern innerhalb des Amalgams würde dieselbe Induktion $\mathfrak{B}$ herrschen, wie im benachbarten Amalgam. Man übersieht leicht, daß durch eine Rotation der Schleife um die Achse AD in diesem Falle keine elektromotorische Kraft auftreten könnte,

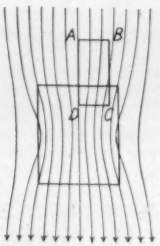


Fig. 5.

denn jede Induktionslinie wird dabei von der Schleife zweimal, aber mit entgegengesetzten Vorzeichen, geschnitten.

Nun besteht die Schleife aus Kupfer, dessen Permeabilität nahe 1 gesetzt werden kann, so daß sie sich erheblich von der Permeabilität des Eisenamalgams unterscheidet. Dann herrscht innerhalb der Schleife im Amalgam nicht mehr die Induktion $\mathfrak{B}$, sondern eine kleinere $\mathfrak{B}'$, deren Wert von der Permeabilität von Eisenamalgam und Schleifenmaterial, vor allem aber von der Form des Spulenquerschnittes, abhängt. Die Frage, um die es sich handelt, ist nun: Ist für die bei der Rotation der Schleife auftretende Induktion innerhalb des Eisenamalgams $\mathfrak{B}$ oder $\mathfrak{B}'$ maßgebend? Wenn die in der Einleitung angeführten Überlegungen richtig sind, so muß $\mathfrak{B}'$ maßgebend sein, es würden sich die innerhalb und außerhalb des Amalgams induzierten elektromotorischen Kräfte in der Schleife nicht mehr aufheben. Vielmehr würde eine $\mathfrak{B}-\mathfrak{B}'$ proportionale elektromotorische Kraft in der Schleife wirksam sein, solange sie in Rotation gehalten würde. Wenn wir von den Variationen des $\mathfrak{B}$ innerhalb des Eisenamalgams absehen und nur die an der Seite DC stattfindende Veränderung $\mathfrak{B}-\mathfrak{B}'$ berücksichtigen (wir könnten auch eben nur diese Seite in das Eisenamalgam eingetaucht annehmen), so würde sich der Wert der erwarteten elektromotorischen Kraft ergeben

$$E = m\varrho^2\pi(\mathfrak{B}-\mathfrak{B}')\,10^{-8}\,\text{Volt},$$

wo ϱ die Länge von DC in cm und m die Zahl der Schleifenumdrehungen pro sec bedeutet.

Da wir die Permeabilität des Kupfers gleich der der Luft setzen, so kommt die Aufgabe, $\mathfrak{B}'$ zu berechnen, darauf hinaus, die Feldstärke im Innern eines zylindrischen Hohlraumes zu berechnen, den man innerhalb des Amalgams herstellt. Wir bezeichnen die Feldstärke innerhalb des Eisenamalgams an der Stelle, wo der Hohlraum angebracht werden soll, mit $\mathfrak{H}$. Ist der Hohlraum vollkommen platt quer zum Felde (Fig. 6A), so ist dann in seinem Innern bekanntlich

$$\mathfrak{B}' = \mathfrak{H} + 4\pi\varkappa\mathfrak{H} = \mu\mathfrak{H}.$$

Ist er vollkommen platt längs des Feldes (parallel zu den Induktionslinien wie in Fig. 6B),

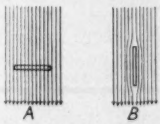


Fig. 6.

dann ist andererseits $\mathfrak{B}'$ gleich $\mathfrak{H}$. Im ersten Falle haben wir keine Schirmwirkung, $\mathfrak{B} - \mathfrak{B}' = 0$, die Induktionslinien biegen nicht aus, sondern durchsetzen einfach den Hohlraum, im zweiten hat die Schirmwirkung ihr Maximum erreicht, $\mathfrak{B} - \mathfrak{B}' = 4\pi\varkappa\mathfrak{H}$, die Induktionslinien biegen neben dem Hohlraum stark aus. Für einen kreisförmigen oder elliptischen Querschnitt des Hohlraumes läßt sich der Wert von $\mathfrak{B}'$ mit Hilfe der bekannten Ausdrücke für den Entmagnetisierungsfaktor eines unendlich langen Eisenzylinders bezw. eines Ellipsoides im homogenen Magnetfelde ableiten. Für einen kreisförmigen Querschnitt des Hohlraumes ergibt sich

$$\mathfrak{B}' = \mathfrak{H} + \frac{4\pi\varkappa\mathfrak{H}}{\mu + 1} = \frac{2\mu}{\mu + 1}\mathfrak{H}.$$

In diesem Falle haben wir eine Schirmwirkung, die zwischen jenen beiden extremen liegt, und es ist dann

$$\mathfrak{B} - \mathfrak{B}' = 4\pi\frac{\mu}{\mu + 1}\varkappa\mathfrak{H}.$$

Für einen elliptischen Querschnitt mit den Halbachsen a und b, von denen a in die Richtung des Feldes fällt, ist

$$\mathfrak{B}' = \mathfrak{H} + 4\pi\varkappa\mathfrak{H}\frac{b}{a\mu + b} = \frac{(a+b)\mu}{a\mu + b}\mathfrak{H}$$

und

$$\mathfrak{B} - \mathfrak{B}' = 4\pi\frac{a\mu}{a\mu + b}\varkappa\mathfrak{H}.$$

In diesem letzten Ausdrucke sind die vorigen drei als spezielle Fälle enthalten. Allgemein können wir setzen

$$\mathfrak{B} - \mathfrak{B}' = \eta\varkappa\mathfrak{H},$$

wo η jeden beliebigen Wert zwischen 0 und 4π, je nach dem Querschnitte des Hohlraums, haben kann.

Alle diese Ausdrücke gelten für Hohlzylinder von sehr großer Länge relativ zu den Dimensionen des Querschnittes. In Wirklichkeit kommen von den vertikalen Stücken des sich im Eisenamalgam befindenden Teils der Schleife Störungen in die Schirmwirkung, welche nur dann vernachlässigt werden können, wenn entweder der Querschnitt unendlich klein ist oder diese Stücke unendlich entfernt sind. Diese Störungen werden die Schirmwirkung eher vergrößern, als vermindern, wir können sie indessen bei unserer Überschlagsrechnung vernachlässigen und auch für die angewandten Spulen

$$\mathfrak{B} - \mathfrak{B}' = \eta\varkappa\mathfrak{H}$$

setzen, wobei η den durch die Form des Spulenquerschnittes bestimmten, oben angegebenen Faktor bezeichnet. Führen wir diesen Wert in den Ausdruck für E ein, dann bekommen wir, wenn die Spule aus n Windungen besteht, folgenden Wert für E

$$E = n\,m\,\varrho^2\pi\,\eta\varkappa\mathfrak{H}\,10^{-8}\text{ Volt.}$$

Diese elektromotorische Kraft gäbe in dem Galvanometerkreise die Stromstärke

$$i = \frac{n\,m\,\varrho^2\pi\,\eta\varkappa\mathfrak{H}}{8{,}9 + w}\,10^{-8}\text{ Amp.}$$

w ist der Widerstand der Spule und 8,9 Ohm der Widerstand des Galvanometers und Zuleitung. Da der Ausschlag von 1 cm der Skala bei dem benutzten Galvanometer einem Strome von $6 \cdot 10^{-6}$ Amp. entspricht, so beträgt der zu erwartende Ausschlag

$$a = \frac{n\,m\,\varrho^2\pi\,\eta\varkappa\mathfrak{H}}{600\,(8{,}9 + w)}\text{ cm.}$$

Das Eisenamalgam hatte eine Suszeptibilität, welche bei den angewandten Feldstärken ganz gewiß größer war als 0,055, also ist

$$\mu = 1 + 4\pi\varkappa > 1{,}7$$

zu setzen. Die magnetische Induktion $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}\mu$ im Eisenamalgam ist jedenfalls größer, als die magnetische Kraft $\mathfrak{H}_0$, welche in dem vom Eisenamalgam eingenommenen Raume vor der Einführung desselben herrschte; es ist also

$$\varkappa\mathfrak{H} = \varkappa\frac{\mathfrak{B}}{\mu} > \varkappa\frac{\mathfrak{H}_0}{\mu}\quad\text{oder}\quad \varkappa\mathfrak{H} > 0{,}0327\,\mathfrak{H}_0.$$

Gewöhnlich war die Feldstärke $\mathfrak{H}_0 =$ ca. 200 Gauß, es wurden aber auch Feldstärken über 300 Gauß angewandt; wir können also ohne Bedenken $\varkappa\mathfrak{H} = 6{,}5$ einsetzen. Die Spule I hatte einen schiffförmigen Querschnitt, welchen wir für die Berechnung von η als eine Ellipse mit dem Achsenverhältnis $a : b = 1 : 3$ auffassen wollen. Es ist dann

$$\eta_{\mathrm{I}} = 4\pi\frac{a\mu}{a\mu + b} = \frac{4\pi\mu}{\mu + 3} = 4{,}5.$$

Die anderen 3 Spulen haben einen kreisförmigen Querschnitt, ihnen kommt also der Wert

$$\eta_{\mathrm{II}} = \eta_{\mathrm{III}} = \eta_{\mathrm{IV}} = 4\pi\frac{\mu}{\mu + 1} = 7{,}9$$

zu. Diese Werte werden zwar den tatsächlichen Verhältnissen wegen der Störungen der Schirmwirkung durch die Vertikalteile nicht genau entsprechen, da aber diese Störungen die Schirmwirkung nicht vermindern, können wir diese Werte für η in die Rechnung einführen und bekommen, wenn wir noch für die Umdrehungszahl in der Sekunde den nicht sehr großen Wert $m = 5$ setzen, folgende Werte von a für unsere vier Spulen

$$a_{\mathrm{I}} = 16\text{ cm};\quad a_{\mathrm{II}} = 114\text{ cm};\quad a_{\mathrm{III}} = 71\text{ cm};$$
$$a_{\mathrm{IV}} = 51\text{ cm}.$$

Diese Resultate lassen sich durch eine von J. Stefan[1]) berechnete Formel kontrollieren.

1) J. Stefan, Über die magnetische Schirmwirkung des Eisens. Wied. Ann. 17, 943, 1882.

Wird nämlich in ein homogenes Magnetfeld eine unendlich lange zylindrische Eisenröhre so gestellt, daß ihre Achse senkrecht auf der Richtung der Kraftlinien steht, dann hat die magnetische Kraft in der Höhlung der Röhre nach der Berechnung von Stefan den Wert

$$\mathfrak{B}' = \frac{4\,\mu\,\mathfrak{H}_0}{(\mu+1)^2-(\mu-1)^2\,\frac{r^2}{R^2}},$$

wo $\mathfrak{H}_0$ die magnetische Kraft im homogenen Felde vor der Einführung der Eisenröhre ist und r, R, μ der innere und der äußere Radius der Röhre und die Permeabilität des Eisens ist. Diese Formel ziehen wir zur Berechnung der an unserer Spule II induzierten EMK heran. An dem horizontalen Teil AB der Spule in der Luft wirke die Kraft $\mathfrak{H}_0$, wie sie vor der Einführung des Eisenamalgams dort war, an dem horizontalen Teil CD im Eisenamalgam die Kraft $\mathfrak{B}'$ nach der Formel von Stefan, die vertikalen Teile der Spule denken wir uns möglichst kurz, um sie vernachlässigen zu können. Es ist dann die in AB erregte elektromotorische Kraft

$n\,m\,\varrho^2\,\pi\,\mathfrak{H}_0\,10^{-8}$ Volt, die in CD erregte
$n\,m\,\varrho^2\,\pi\,\mathfrak{B}'\,10^{-8}$ Volt, im ganzen
$n\,m\,\varrho^2\,\pi\,(\mathfrak{H}_0-\mathfrak{B}')\,10^{-8}$ Volt. Der zu erwartende Ausschlag des Galvanometers wäre danach

$$a = \frac{n\,m\,\varrho^2\,\pi\,(\mathfrak{H}_0-\mathfrak{B}')}{600\,(8{,}9+w)}\ \text{cm}.$$

Fassen wir das Eisenamalgam als eine Röhre auf mit dem Radius des Spulenquerschnittes als inneren Radius dieser Röhre $r = 3$ mm und als äußeren Radius der mittleren Entfernung des Spulenteiles CD von der Oberfläche des Eisenamalgams entsprechend $R = 15$ mm, setzen also $\frac{r}{R} = 0{,}2$, so erhalten wir

$$\mathfrak{H}_0-\mathfrak{B}' = \mathfrak{H}_0 - \frac{6{,}8\,\mathfrak{H}_0}{2{,}7^2-0{,}7^2\cdot 0{,}2^2} = 0{,}07\,\mathfrak{H}_0.$$

Führen wir das und die Werte
$n = 100$, $m = 5$, $\varrho = 3$, $\mathfrak{H}_0 = 200$, $w = 1{,}7$
in den Ausdruck für a ein, so wird $a = 31$ cm. Es ist ein ungefähr viermal kleinerer Wert, als er oben berechnet war. Das ist erklärlich, da wir in der Differenz $\mathfrak{H}_0 - \mathfrak{B}'$ den Minuenden zu klein genommen haben. Nach der Einführung des Eisenamalgams nämlich ist die Feldstärke oberhalb desselben größer als $\mathfrak{H}_0$, wie es auch aus der Fig. 5 ersichtlich ist. Da $\mathfrak{H}_0 - \mathfrak{B}'$ an sich klein ist ($= 14$), so braucht $\mathfrak{H}_0$ nur wenig größer zu sein als angenommen (237 statt 200), damit a denselben Wert wie früher annimmt.

Es ergibt sich also übereinstimmend, daß der Ausschlag am Galvanometer wenigstens einige Dezimeter hätte betragen müssen, während beim Versuche keine Spur eines dauernden Ausschlages beobachtet wurde.

4. Erklärung des Nichteintretens des Effektes.

Hieraus ist zu schließen, daß für die bei der Bewegung des Leiters im Eisenamalgam auftretende elektromotorische Kraft nicht $\mathfrak{B}'$, sondern $\mathfrak{B}$ maßgebend ist und daß die andersgehende Überlegung in der Einleitung einen Irrtum enthält.

Nach den im vorigen Abschnitt mitgeteilten Überlegungen kann die in dem Amalgamhohlraume vorhandene Induktion stets aus zwei Bestandteilen zusammengesetzt betrachtet werden 1. der Induktion $\mathfrak{B}$, die herrschen würde, wenn kein Hohlraum da wäre, 2. der Induktion

$$\mathfrak{B}'' = \mathfrak{B}' - \mathfrak{B},$$

die durch das Anbringen des Hohlraumes verursacht wird und in der oben skizzierten Weise von Form und Permeabilität des den Hohlraum erfüllenden Materials abhängt. Es treten nämlich beim Übertritt der Kraftlinien in den Hohlraum magnetische Belegungen auf, die ihr eigenes Magnetfeld über das schon vorhandene überlagern und dadurch innerhalb des Hohlraumes eben die Induktion $\mathfrak{B}''$ verursachen. Bewegt sich ein Leiter innerhalb des Hohlraumes, so läßt sich die in ihm induzierte elektromotorische Kraft entsprechend in zwei Anteile zerlegen, 1. E', welcher der Induktion $\mathfrak{B}$ entspricht und 2. E'', welcher der Induktion $\mathfrak{B}''$ entspricht. Nur wenn sich der Leiter relativ gegen $\mathfrak{B}''$ bewegen kann, kommt der Anteil E'' zur Geltung. Das ist z. B. der Fall bei der anfangs erwähnten Eisenröhre, falls sich die Schleife relativ zur Höhlung bewegen kann. Alsdann erhalten wir eine $\mathfrak{B}''$ proportionale elektromotorische Kraft in der Schleife. Ist die Schleife dagegen fest mit dem Eisenrohr verbunden, so bewegt sich das Feld $\mathfrak{B}''$ mit der Schleife; es kann nur der Anteil $\mathfrak{B}$ zur Geltung kommen, der insgesamt in der Schleife keine elektromotorische Kraft ergeben kann, weil jede Induktionslinie von der Schleife zweimal, aber entgegengesetzt geschnitten wird. Im Falle des Eisenamalgams füllt die Spule den Hohlraum völlig aus; das Feld $\mathfrak{B}''$ ist also mit der Spule fest verbunden und bewegt sich notwendig mit ihr, genau so wie bei dem mit der Spule fest verbundenen Eisenrohr. Während aber bei diesem auch das Eisenrohr, welches als Träger des Feldes $\mathfrak{B}''$ aufgefaßt werden kann, sich mitbewegt, und alle das Feld bewirkenden magnetischen Moleküle ihre relative Lage zur Spule behalten, wandert im Falle des Amalgams nur

der magnetische Zustand mit der Spule weiter. Es übernehmen stets neue Amalgammoleküle den magnetischen Zustand, die Spule verschiebt sich zwar nicht relativ zu dem magnetischen Zustand, wohl aber relativ zu den den magnetischen Zustand bestimmenden Molekülen. Der Kernpunkt der Frage ist nun: Ist für die in einem Leiter auftretende Induktion seine Verschiebung relativ zum Felde oder relativ zu den Trägern des Feldes (den Molekularmagneten) maßgebend? Das negative Ergebnis unserer Versuche beweist für die erstere und gegen die letztere Annahme. Das wird vielleicht manchem als von vornherein selbstverständlich erscheinen. Indessen gibt es Fälle, die auch die zweite Auffassung als die wahrscheinliche erscheinen lassen könnten. Bei der unipolaren Induktion z. B., die ein in der Richtung seiner Achse magnetisierter Eisenstab während der Rotation um diese Achse hervorruft (Fig. 7),

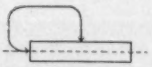


Fig. 7.

behalten die induzierte Strombahn und das Magnetfeld ebenfalls dauernd dieselbe geometrische Anordnung zueinander und es tritt dennoch eine elektromotorische Kraft auf. Hier könnte man ebenfalls in Versuchung kommen, das Auftreten der elektromotorischen Kraft auf die Bewegung zurückzuführen, welche die magnetischen Moleküle relativ zu der Strombahn besitzen. Und ein Beweis, daß dies nicht so sei, ließe sich wohl kaum erbringen, obwohl man die Erscheinung zwangloser dadurch erklärt, daß sich der in dem Magnetstücke liegende Teil der Strombahn doch fortwährend relativ zum Felde bewegt, jene Unveränderlichkeit der geometrischen Anordnung also nur eine scheinbare ist.

Somit dürfte der durch unsere Versuche erbrachte Beweis des allgemeinen Interesses doch nicht entbehren.

5.

Es bleibt nun noch übrig, die Stromstöße aufzuklären, die ich zu Anfang und Ende der Rotation erhielt. Mancherlei Erklärungen könnten für ihr Entstehen in Frage kommen.

Am Anfang der Rotation bleibt das Eisenamalgam rückwärts auf einen Augenblick hinter der Spule etwas zurück, dadurch wird die Höhlung rückwärts etwas erweitert und der Induktionslinienverlauf in bezug auf die Spule im Eisenamalgam geändert. Es werden innerhalb des Eisenamalgams einige Induktionslinien von der Rückseite auf die Vorderseite der Höhlung wandern und einen entsprechenden Stromstoß in der Spule induzieren. Diese Erweiterung der Höhlung geht zwar nachher zurück und das gibt einen entgegengesetzten Stromstoß, der erste wird aber durch diesen nicht aufgehoben, weil er später kommt und die Deformation der Höhlung gewiß nicht so rasch zurückgeht, wie sie entstanden ist. Ähnliches geschieht am Ende der Rotation. Bleibt die Spule momentan stehen, so verharrt das Eisenamalgam vorne auf einen Augenblick in Bewegung, die Höhlung erweitert sich jetzt nach vorne und es entsteht ein dem am Anfang der Rotation entgegengesetzter Stromstoß. Mit dieser Erklärung stimmt auch die Richtung der beobachteten Stromstöße.

Da das Auftreten amalgamfreier Räume vor oder hinter der Spule hydrodynamisch Bedenken erregen dürfte, so verdient vielleicht folgende Auffassung den Vorzug:

Das Eisen ist in dem Amalgam offenbar als flockiger Niederschlag verteilt, der sich z. B. auch leicht wegen des geringeren spezifischen Gewichtes an der Oberfläche anhäuft. Wird die Spule in Rotation versetzt, so konzentriert sich das flockige Eisen etwas an der Stirnfläche der Spule, während eine gewisse Verarmung an Eisen auf der Rückseite entsteht. Deshalb werden einige Induktionslinien innerhalb des Amalgams von der Rückseite auf die Vorderseite wandern und eine entsprechende elektromotorische Kraft verursachen. Beim Anhalten der Rotation gleicht sich diese Unsymmetrie der Eisenverteilung wieder aus.

Wäre die Konzentration an Eisen im Amalgam überall dieselbe, so müßten die Stromstöße mit der Tiefe, bis zu welcher die Spule in das Amalgam eintaucht, im Anfang etwas wachsen, und wenn die Spule über die Hälfte ins Amalgam kommt, weiter etwas abnehmen, beim Eintauchen aber der ganzen Spule plötzlich ausbleiben. Das trifft aber nicht zu, die Stromstöße nehmen bei der zweiten Hälfte stärker ab, bis sie schließlich ins Entgegengesetzte umschlagen, weil das im Amalgam suspendierte Eisen nach oben wandert, so daß die Konzentration und deswegen auch die Induktionsliniendichte sowie die Schirmwirkung oben erheblich größer ist als unten. Taucht man die Spule ganz in das Eisenamalgam, dann werden beim Beginn und Ende der Rotation einige Induktionslinien von der einen auf die andere Seite der Spule wandern, nicht nur an der unteren, sondern auch an der oberen Hälfte der Spule, u. zw. oben mehr als unten, weil oben die Dichte der Induktionslinien und die Schirmwirkung größer ist. Oben wird dadurch eine elektromotorische Kraft induziert, welche größer und entgegengesetzt ist

zu der in der unteren Hälfte induzierten. Es entsteht also ein dem bei wenig eingetauchter Spule entgegengesetzter Stromstoß.

Herrn Prof. Dr. H. Th. Simon spreche ich meinen Dank aus für die bereitwilligste Unterstützung dieser Arbeit.

Göttingen, Institut für angewandte Elektrizität, Juli 1910.

(Eingegangen 30. September 1910.)

Einige Anwendungen des Fadenelektrometers besonders auf die Probleme der Luftelektrizität und der Radioaktivität.

Von Theod. Wulf[1]).

1. Eine Vorrichtung zur Messung hoher Spannungen mit einem Elektrometer für niedrige Spannungen.

Während für elektromagnetische Instrumente sehr einfache Vorrichtungen bestehen zur Verminderung der Empfindlichkeit, ist das für statische Apparate bisher nicht der Fall. Dieckmann[2]) hat kürzlich eine auf dem Prinzip der

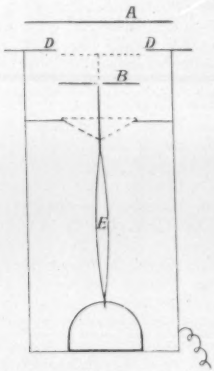


Fig. 1.

Spannungsteilung beruhende Methode angegeben, für welche jedoch Barnett[3]) alsbald die Priorität in Anspruch nahm. Die Methode verlangt für jede Spannungsreduktion eigene Leidner Flaschen und ist in ihren Angaben vom Isolationszustand derselben abhängig.

Die im folgenden beschriebene Methode beruht auf dem Prinzip der partiellen Induktion.

1) Vortrag gehalten auf dem Radiumkongreß zu Brüssel 15. September 1910.
2) Dieckmann, diese Zeitschr. 11, 14, 1910.
3) Barnett, diese Zeitschr. 11, 348, 1910.

Wird die Platte A (Fig. 1) geladen, während das Elektrometer ungeladen und isoliert ist, so münden die von A ausgehenden Kraftlinien zum Teil in der Platte B, welche auf das Elektrometer gesetzt ist. Da letzteres als Ganzes ungeladen ist, so müssen von den Fäden aus ebenso viele Kraftlinien ausgehen gegen die Wände des Elektrometers. Infolgedessen müssen die Fäden spreizen, und bei Ausschluß aller anderen Einflüsse hängt der Ausschlag nur vom Potential der Platte A ab.

Über die quantitativen Verhältnisse geben uns die Maxwellschen Gleichungen vollständigen Aufschluß. Es sei c_0 die Kapazität, Q_0 die Ladung und V_0 das Potential der Platte A ebenso c_1, Q_1, V_1 des Elektrometers mit dem Tischchen B und endlich c_{01} der Koeffizient der gegenseitigen Induktion, von A auf B. Wenn dann alle übrigen Körper der Umgebung dauernd auf dem Potential Null gehalten werden, so ist die Ladung des Elektrometers nach Maxwell

$$Q_1 = c_1 V_1 + c_{01} V_0. \qquad (1)$$

Man kann diese Gleichung in verschiedener Weise benutzen, das Potential der Platte A mit Hilfe des Elektrometers zu ermitteln. Hier sollen nur zwei besonders einfache Fälle angeführt werden.

1. Die Ladung des Elektrometers Q_1 sei gleich Null. Dann folgt sofort aus (1)

$$V_0 = -\frac{c_1}{c_{01}} V_1.$$

Da c_1 und c_{01} praktisch konstant sind, so hat man also nur das Potential des Elektrometers mit einem konstanten Faktor zu multiplizieren.

Die Messung nach dieser Methode ist ungemein einfach. Man legt das unbekannte Potential an die Platte A an und liest sofort das Elektrometer ab. Bedingung dabei ist nur, daß das Elektrometer ungeladen sei, worüber näheres weiter unten.

2. Das Potential des Elektrometers sei gleich Null. Das Elektrometer ist also geerdet, während die Platte geladen ist. Wird die Erdung aufgehoben, so ist auf dem Elektrometer eine Ladung isoliert, welche sich aus Gleichung (1) ergibt $Q_1 = c_{01} V_0$.

Um nun diese Ladung mit dem Elektrometer zu bestimmen, entladet man die Platte A, worauf sich die Ladung frei verteilt, und durch den nunmehr erfolgenden Ausschlag gemessen wird. Sei dieses Potential V_1, so ist

$$c_1 V_1 = Q_1 = c_{01} V_0,$$

daher wieder

$$V_0 = \frac{c_1}{c_{01}} V_1.$$

Das abgelesene Potential ist mit demselben Faktor zu multiplizieren, wie in dem ersten Fall.

Die erste Methode ist offenbar die einfachere, da sie keinerlei Manipulationen verlangt, sondern sich ganz so abspielt, als wäre die Platte A das Elektrometer selber und dieses eben fähig, so hohe Spannungen zu ertragen. Man kann sie daher z. B. auch zur ununterbrochenen Registrierung hoher Spannungen benutzen.

Eine Frage bleibt noch zu lösen, ob nämlich die Nähe der geladenen Platte A nicht die Ausschläge beeinflußt, mit anderen Worten, ob man aus der Ablesung des Elektrometers mittels der gewöhnlichen Eichkurve das Potential V_1 findet. Es wird das theoretisch dann der Fall sein, wenn keine der von der Platte A ausgehenden Kraftlinien die beweglichen Teile des Elektrometers treffen, was durch geeignete Konstruktion stets zu erreichen ist. Experimentell läßt sich dann leicht untersuchen, ob diese Bedingung erfüllt ist. Da nämlich die zweite Methode von diesem Bedenken frei ist, so muß man bei demselben Potential V_0 auch denselben Ausschlag erhalten nach beiden Methoden. Eine zweite Probe besteht in folgendem. Wenn man das Elektrometer auf konstantem Potential hält, z. B. durch Erden oder Anlegen einiger Akkumulatoren, so muß der Ausschlag des Elektrometers unverändert bleiben, wenn man die Platte A zu einem beliebig hohen Potential ladet, z. B. durch Anlegen einer Influenzmaschine. Wie die angestellten Versuche zeigten, war die Bedingung bei der beschriebenen Konstruktion vollkommen erfüllt. Man kann also das Potential des Elektrometers an der gewöhnlichen, dem Apparat beigegebenen Eichkurve ermitteln.

Fig. 2 zeigt die Ausführung des Instruments. Auf das Elektrometer wird ein Tischchen T, T von 3 cm Durchmesser gesetzt. Dasselbe wird von der Platte A aus durch die Öffnung D influenziert, zugleich hält es die Influenzwirkung von den Fäden selbst fern. Um das Tischchen auch der influenzierenden Wirkung etwaiger Ladungen der Luft oder anderer Körper zu entziehen, wurde es rings mit einem metallenen Gehäuse umgeben, das ähnlich wie beim Schutzringelektrometer das Tischchen umgibt und nur oben eine kleine Öffnung freiläßt. Ob es erreicht ist, die influenzierende Wirkung der Luft vollkommen auszuschließen, läßt sich ebenfalls mittels naheliegender Versuche feststellen. Beim vorliegenden Modell ist vollkommene Unabhängigkeit erreicht, sogar eine angenäherte Influenzmaschine konnte die Ausschläge nicht ändern.

Die Platte A wird getragen durch einen starken Bernsteinzylinder oben auf der Platte. Diese Einrichtung wurde gewählt, weil unterhalb angebrachte Isolatoren, sobald sie selbst geladen waren, das Elektrometer beeinflußten, und da sie unter Umständen ihre Ladung lange beibehielten, die Angaben fehlerhaft machten. Wenn auch solche Ladungen durch eine Flamme leicht entfernt werden können, so wurde doch diese Einrichtung getroffen, welche jede derartige Störung ein für alle Mal ausschließt, weil der Isolator in die Influenzöffnung nicht „hineinsehen" kann.

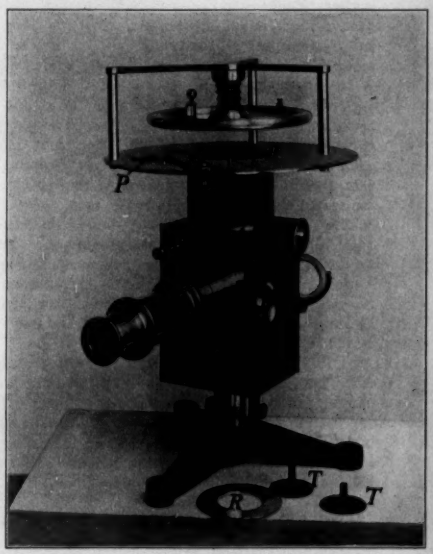


Fig. 2.

Man sieht leicht, daß besonders durch die Größe der Öffnung D, sodann durch den Abstand der Platte A und die Höhe des Tischchens T der Induktionskoeffizient c_{01} und damit die Empfindlichkeit in den weitesten Grenzen verändert werden kann. Es wurden zunächst Instrumente mit drei, im ganzen also vier Meßbereichen gebaut.

Die erste Reduktion der Empfindlichkeit im Verhältnis 10 : 1 benutzt die ganze Öffnung von 5 cm Durchmesser und ein hohes Tischchen, das nur etwa 2 mm unter der Oberfläche des Schutzringes liegt (in Fig. 1 punktiert gezeichnet). Die Platte A hat den festen Abstand von 22 mm über dem Schutzring.

Mit derselben Öffnung, aber einem niedrigeren Tischchen, wird die Empfindlichkeit reduziert im Verhältnis von nahezu 50 : 1.

Durch eine Blende R von 3 cm Durchmesser mit dem niedrigen Tischchen wird das Verhältnis der Empfindlichkeiten etwa 200 : 1.

Ein gewöhnliches Elektrometer, das direkt bis 200 Volt zeigt, geht daher mit diesem Zusatz versehen der Reihe nach bis 2000, 10000, 40000 Volt. Dabei ist die prozentische Empfindlichkeit immer dieselbe wie mit dem einfachen Instrument. Der letzte Meßbereich kann nicht ganz ausgenutzt werden, da meist schon vorher Funkenbildung eintritt. Wo es aber darauf nicht ankommt, hat es keine Schwierigkeit, Apparate zu bauen, die bis 100000 und mehr Volt zeigen. Nur muß dann die Platte A in einem entsprechend großen Abstand von anderen Leitern gehalten werden. Da jedoch Spannungen bis etwa 25000 Volt viel häufiger vorkommen, so schien es mit Rücksicht auf leichte Transportfähigkeit nicht zweckmäßig, den gewöhnlichen Instrumenten so großen Umfang zu geben.

Bei der Ausführung wurde darauf geachtet, daß alles leicht auseinandergenommen und wieder zusammengesetzt werden kann, ohne Änderung des Reduktionsfaktors. Außerdem ist das Ganze so fest in sich und mit dem Elektrometer verbunden, daß es auch im Ballon und auf Schiffen dienen kann.

Die gegenseitige Influenz ist natürlich auch vom Dielektrikum zwischen den Platten abhängig. Im vorhergehenden wurde immer Luft als Dielektrikum vorausgesetzt. Die Vorrichtung bietet aber nebenbei ein außerordentlich einfaches Mittel, die Dielektrizitätskonstante anderer Körper zu bestimmen, die zwischen die Platten A und B gebracht werden.

Bei den Vorversuchen kam es vor, daß von der Platte A aus Ladung auf das Elektrometer überging, obwohl darauf geachtet ist, daß das Tischchen, besonders bei hohen Spannungen sich in einem schwächeren elektrischen Felde befindet, als der umgebende Schutzring. Schließlich stellte es sich heraus, daß es Staubteilchen waren, die zwischen der Platte und dem Tischchen hin und her flogen. Nachdem der Staub einfach mit einem Tuche entfernt war, blieb die Störung aus. Es dürfte sich daher empfehlen, bei lang dauernden Meßreihen, besonders mit hohen Spannungen, sich hin und wieder zu überzeugen, daß das Elektrometer keine Ladung hat. Zu diesem Zweck ist das Influenzfenster durch eine Platte P, die sich an einem Hebelarm dreht, verschließbar. So lange die Öffnung verschlossen ist, muß auch bei hoch aufgeladener Platte das Elektrometer vollständig ungeladen erscheinen. Endlich ist noch ein federnder Stift angebracht, um das Elektrometer leicht erden zu können. Beim Arbeiten in staubigen Räumen wird es sich empfehlen, den Aufsatz durch einen übergestülpten Zylinder zu schützen.

Es sei noch besonders hervorgehoben, daß man die Elektrometer mit bestäubten Fäden nicht zum Registrieren von Wechselströmen verwenden darf, da die Bestäubung durch die schnellen Schwingungen bald zerstört wird. Für diese Zwecke muß man Platinfäden nach Wollaston verwenden.

2. Eine mechanische Elektrode zur Bestimmung des Potentialgefälles der Luft.

Die Tropf- und Flammenkollektoren sind für einzelne Beobachtungen, besonders auf Reisen sehr umständlich. Die mechanische Elektrode, ursprünglich die einzige, wurde später durch die Tropfelektroden fast vollständig verdrängt, ist aber neuerdings durch C. T. R. Wilson[1]) wieder eingeführt worden. Ich habe nun die Einrichtung von Wilson meinem Elektrometer angepaßt und

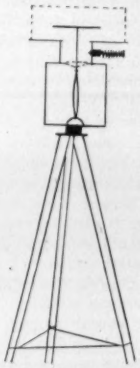


Fig. 3.

so gestaltet, daß man mit demselben Apparat auf Reisen radioaktive Körper untersuchen, Zerstreuungsmessungen vornehmen und das Potentialgefälle der Luft bestimmen kann.

Die schematische Fig. 3 zeigt die Wirkungsweise des Apparates, der dem soeben beschriebenen sehr ähnlich ist. Auf den Träger der Elektrometerfäden kommt wieder ein Tischchen, von einem Schutzgebäude umgeben. Wird das Ganze dem elektrischen Felde der Erde

1) C. T. R. Wilson, Proc. Cambridge Phil. Soc. **13**, 184 u. 363, 1906 und Proc. Roy. Soc. A. **80**, 537, 1908.

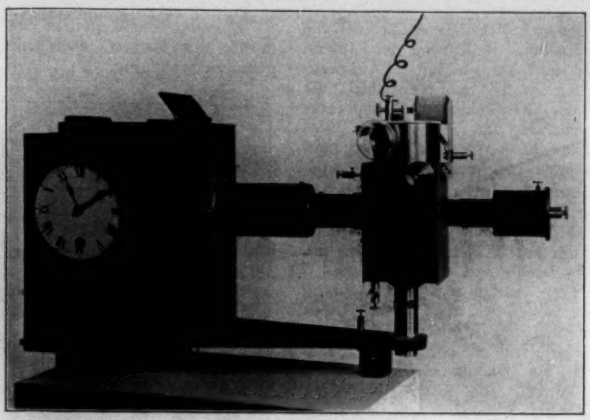


Fig. 4.

ausgesetzt, und das Elektrometer geerdet, so entsteht auf der oberen Seite des Tischchens eine Induktionsladung, welche bei einem bestimmten Instrument nur vom Potentialgefälle der Luft an der betreffenden Stelle abhängt. Um diese Ladung zu messen, wird die Erdleitung unterbrochen und die Platte durch einen übergestülpten Zylinder dem Erdfeld entzogen. Die Ladung verteilt sich dann frei auch über die Fäden des Elektrometers und wird so gemessen.

Wenn man immer denselben Dreifuß benutzt, mit derselben Spreizung, so sind die an verschiedenen Orten erhaltenen Werte direkt mit einander vergleichbar. Und wenn man einmal das Ganze, etwa durch Vergleich mit einer Tropfelektrode geeicht hat, so erhält man auch an anderen Orten sofort absolute Werte.

Für die Ausführung der Versuche ist noch wichtig, daß das Feld der Erde nicht durch hervorragende Gegenstände, also namentlich nicht durch die Anwesenheit des Beobachters selbst gestört sei. Deshalb muß die Unterbrechung der Erdverbindung aus der Ferne geschehen. Es wurde eine Druckbirne mit langem Gummischlauch gewählt. Außerdem empfiehlt es sich, die Auslösung in hockender Stellung vorzunehmen. Man mißt dann das Potentialgefälle in dem Augenblick, wo die Erdleitung unterbrochen wird.

Zur Bestimmung der luftelektrischen Zerstreuung kann derselbe Apparat dienen, indem man das Tischchen als Zerstreuungskörper benutzt. Noch einfacher wird man nach dem Vorgange von Gockel[1]) auf das Elektrometer einen Metallstab von etwa 30 cm Länge ohne Schutzzylinder setzen. Eine Messung verlangt dann nur 1—2 Minuten.

3. Ein Registrierapparat für das Potentialgefälle der Luft.

Über die Verwendung des Elektrometers in einem Registrierapparat für das Potentialgefälle der Luft habe ich schon vor zwei Jahren eine Notiz in „Le Radium“[2]) veröffentlicht. Unter Benutzung der inzwischen gesammelten Erfahrungen ist der Apparat seitdem mehrfach verbessert worden. Da die Verbesserungen jedoch rein konstruktiver Art sind, können sie hier füglich übergangen werden (Fig. 4).

Eine Frage, welche erst die Zeit lösen konnte, war die, ob die Bestäubung der Fäden dauerhaft genug sein würde, um die starken Überladungen und Entladungen besonders der Nahegewitter zu ertragen. Darüber kann man heute folgendes sagen: Der Apparat ist nunmehr seit zwei Jahren ununterbrochen in Tätigkeit. Während dieser Zeit sind die Fäden nie gewechselt und nach allen Stürmen und Gewittern sind sie noch heute in bestem Zustande.

Eine Anzahl von Registrierungen lege ich hier vor[3]). Sie enthalten je eine Woche aus den verschiedenen Monaten. In Ermangelung von elektrischem Licht wurden die Aufnahmen mit einem Petroleumlämpchen kleinsten Formats

1) A. Gockel, Die Luftelektrizität S. 19, 1908
2) Th. Wulf, Le Radium 5, 170, 1908.
3) Interessenten stehen Proben gern zur Verfügung.

($^1/_2$—$^2/_3$ HK) gemacht. Daher erklärt sich die nicht ganz gleichmäßige Belichtung des Papiers; denn es würde unverhältnismäßig viel Aufmerksamkeit erfordern, wollte man versuchen, die Lampe trotz der schwankenden Temperatur konstant zu erhalten. Bei Verwendung eines elektrischen Lämpchens (2 Volt) erhält man natürlich eine ganz gleichmäßige Schwärzung.

Da man zum Registrieren der schnellen Schwankungen bei Gewittern eine sehr große Geschwindigkeit des Papieres anwenden müßte, so haben wir uns auf das Registrieren des ungestörten Feldes beschränkt, das ja einstweilen ausschließlich von Bedeutung ist. Alsdann konnte die Geschwindigkeit des Papiers so weit herabgesetzt werden, daß ein Streifen von einem Meter Länge eine ganze Woche vorhält. Der Papierverbrauch für das ganze Jahr kommt dann auf nur 10 M. Jede Stunde macht der Apparat selbständig Zeitzeichen, wodurch zugleich die Nullinie aufgezeichnet wird. Zur schnelleren Orientierung auf dem langen Streifen ist es außerdem gut, jeden Tag einmal zu einer bestimmten Stunde, das Licht eine Minute lang zu entfernen. Im übrigen verlangt der Apparat nur einmal wöchentlich Bedienung zum Wechseln und Entwickeln des Papiers. Auch das Uhrwerk läuft eine Woche. Die Lage der Fäden ist so sicher, und das Ganze so kompendiös, daß der Apparat auch im Ballon dienen kann.

4. Ein Instrumentarium zur Untersuchung radioaktiver Stoffe.

Ein Instrumentarium, das wegen seiner kompendiösen Form auch besonders als Reiseinstrument verwendet wird, zeigt Fig. 5.

Der Elektrometerraum ist von der Ionisierungskammer luftdicht abgeschlossen. Letztere besteht aus zwei Teilen, die zum Zweck der Reinigung leicht auseinander genommen werden können: einer massiven Grundplatte und einem passend auf dieselbe eingeschliffenen Zylinder. Wenn die Fuge gut eingefettet wird, schließt sie luftdicht. In der Mitte steht unmittelbar auf dem Elektrometer ein Metallstab als Zerstreuungskörper.

Radioaktive feste Körper werden zur Untersuchung auf α-Strahlen pulverisiert und auf einem der beigegebenen Teller verteilt, in die Ionisierungskammer gebracht. Sie können auch auf den Tellern fixiert werden, um als Dauerpräparate zum Vergleich anderer Körper zu dienen. Zur Beobachtung der durchdringenden Strahlung stellt man diese Tellerchen oben auf die Ionisierungskammer und kann dann beliebige Platten zum Absorbieren zwischenschieben.

Emanationen werden in der üblichen Weise mittels eines Gebläses in die Ionisierungskammer gebracht (vergl. Fig. 5).

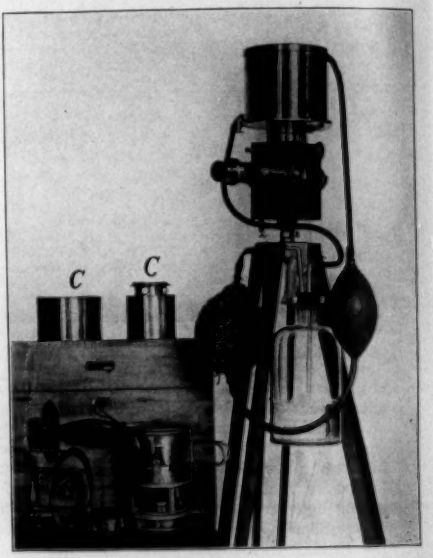


Fig. 5.

Die festen radioaktiven Bestandteile von Regen, Schnee, Hagel, Quellwasser und dergl. werden untersucht, indem man das Wasser in einem Aluminiumbecher (*A*) schnell verdampft und dann den Becher selbst als Ionisierungsgefäß über den Teller des Instruments stülpt.

Aktivierte Drähte werden auf ein Aluminiumgestell (*G*) gewickelt und in die Ionisierungskammer gebracht.

Für stark aktive Körper wäre die Vorrichtung einerseits wegen ihrer kleinen Kapazität zu empfindlich, andrerseits wäre das Potentialgefälle zu klein, um Sättigungsstrom zu geben. Deshalb ist für solche Fälle der einfache Zerstreuungsstab durch einen Zylinderkondensator *CC* ersetzt, der eine etwa zwölfmal größere Kapazität besitzt und zugleich das Potentialgefälle etwa fünfmal verstärkt.

Für sehr stark aktive Körper haben wir eine Einrichtung in Vorbereitung, bei welcher der eben besprochene Hochspannungsapparat in der Weise benutzt wird, daß die hochaufgeladene Platte *A* (Fig. 2) den Sättigungsstrom aufrecht hält, während ein empfindliches Elektrometer

an seiner niedrigen Spannung die Entladung mißt.

Die Herstellung der beschriebenen Apparate ist der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig übertragen. Die Zusatzinstrumente können auch zu bereits früher gelieferten Elektrometern nachbezogen werden.

Valkenburg, Holland-L., September 1910.

(Eingegangen 30. September 1910.)

BESPRECHUNGEN.

J. Perry, Höhere Analysis für Ingenieure. Autorisierte deutsche Bearbeitung von R. Fricke u. F. Süchting. 2. verbesserte und erweiterte Auflage. gr. 8. X u. 464 S. mit 106 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. Geb. M. 13.—

Die zweite Auflage des in Fachkreisen wohlbekannten originellen Werkes von Perry in der trefflichen Übersetzung der Herren R. Fricke und F. Süchting unterscheidet sich von der ersten dadurch, daß einige Irrtümer und Mängel nach Möglichkeit beseitigt sind. Besonders dankenswert ist es, daß die in den Formeln angewendeten Bezeichnungen, die in der ersten Auflage aus dem englischen Original übernommen waren, jetzt den bei uns üblichen und vorzugsweise im Ingenieur-Taschenbuch „Hütte" verwendeten angepaßt sind, und auch noch eine Tabelle der benutzten Bezeichnungen beigefügt ist. Dazu treten noch einige Erweiterungen in den Ableitungen, Beispielen und Aufgaben, wodurch einige Schwierigkeiten in der ersten Auflage gänzlich behoben sind. Das Buch kann sowohl für Anfänger, wie für Vorgeschrittenere warm empfohlen werden und dürfte auch solchen Lesern willkommen sein, welchen sonst mathematische Überlegungen fern liegen.

R. Plank.

Taschenbuch für Mathematiker und Physiker, unter Mitwirkung von Fr. Auerbach, O. Knopf, H. Liebmann, E. Wolfing u. a. herausgegeben von Felix Auerbach. 8. XLIV u. 450 S. mit 1 Abbldg. Leipzig, B. G. Teubner. 1909. Geb. M. 6.—

Der Verfasser hat sich die Aufgabe gestellt, für Mathematik und Physik ein handliches Nachschlagekompendium zu schaffen, wie solche sich in anderen Fächern seit vielen Jahren im Gebrauche bewährt haben.

Dem großen Umfange der zu behandelnden Gebiete entsprechend ist der Inhalt ein sehr reicher, der jedoch in einer Anordnung, die eine sehr rasche Orientierung gestattet, in übersichtlichster Form dargeboten wird. Neben den in derartigen Büchern gebräuchlichen Kalendarien und einer ausgiebigen Sammlung von Formeln, Sätzen, Konstantenmaterial usf. aus Mathematik und Physik und den angrenzenden Gebieten der Astronomie und Chemie erschien es dem Verfasser angebracht, noch eine Reihe anderer Angaben zu bringen: der vorliegende erste Jahrgang enthält unter anderem ein Verzeichnis der mathematischen und physikalischen Gesellschafts- und Zeitschriften, ferner eine Zusammenstellung von Bezugsquellen für Apparate, ein Verzeichnis neu erschienener Werke, sowie eine Liste der Hoch- und Mittelschullehrer. Endlich ist noch eine Totenliste zusammengestellt und dem größten der zuletzt Verstorbenen, Lord Kelvin, dessen Porträt dem Buche beigegeben ist, ein Nachruf gewidmet.

Es wird beabsichtigt, das Taschenbuch in Zukunft immer zu Jahresbeginn erscheinen zu lassen.

C. Fritsch.

W. Ostwald, Große Männer. gr. 8. IX u. 424 S. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. 1909. M. 14.—, gebunden M. 15.—

Ein sehr interessantes Buch, das die erste Naturgeschichte großer Männer darstellt und die äußeren Beeinflussungen — die günstigen wie die schädlichen — behandelt, die bei gegebener psychophysischer Vorbedingung aus dem Knaben einen genialen Forscher erwachsen lassen. —

In diesem Sinne ist der Zweck des Buches, abgesehen von der historischen Seite, ein pädagogisch reformatorischer. Als Form der Darstellung ist die freiere der Vorlesungen gewählt. —

Zur Begründung und Ableitung der Gesetzmäßigkeiten, welche die Entwickelung großer Männer bedingen, werden die Biographien von Davy, J. R. Mayer, Faraday, Liebig, Gerhardt, Helmholtz historisch-kritisch behandelt. —

In den folgenden Vorlesungen (Allgemeine Orientierung, Die Jugend, Das große Werk, Klassiker und Romantiker, Hernach und Schluß) werden die dort gewonnenen allgemeinen Gesichtspunkte zusammengestellt. —

Die Trennung großer Männer in Klassiker und Romantiker, in die Langsam-Gründlichen und Geschwind-Beweglichen ist wohl kaum durchführbar, da sich naturgemäß auch Zwischenstufen finden. —

Das Schlußkapitel behandelt u. a. die Fragen: „Was macht man mit alt gewordenen Forschern?" und „Die Stellung der Frau in der Wissenschaft". —

In den in der Vorlesung „Die Jugend" behandelten Schulfragen vertritt der Verfasser hinsichtlich der Bedeutung des Naturwissenschaftlichen gegenüber dem Sprachunterricht einen wohl allzu extremen Standpunkt. —

Jedenfalls aber bietet das Buch eine Fülle des Interessanten und manchen neuen Gesichtspunkt.

F. Krüger.

H. Hort, Der Entropiesatz oder der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. 8. 41 S. mit 6 Figuren. Berlin, Jul. Springer. 1910. M. 1.—

Im vorliegenden Buch stellt sich der Verfasser die Aufgabe, den Ingenieuren einen verständnisvollen Einblick „in das wichtigste und zugleich schwierigste Gebiet der Naturwissenschaft" zu geben. Der Begriff der Entropie, der manchem Anfänger Schwierigkeiten bereitet, wird ausführlich erläutert an Hand idealer Prozesse und realer Naturvorgänge und zum Schluß

auch vom Standpunkt der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Um die Entropie und ihr stetiges Anwachsen zu veranschaulichen, vergleicht der Verfasser dieselbe mit dem Begriff der Zeit und hofft dadurch dem Verständnis näher zu kommen. Es erscheint jedoch zweifelhaft, ob das Buch seinen Zweck erfüllen wird: für den Ingenieur ist die Entropie in erster Linie eine physikalische Hilfsgröße, mit der er zu rechnen hat, und die ihm, als solche, vollkommen geläufig ist, solange er von einer Veranschaulichung dieser Größe absieht. Ganz besonders hat in neuerer Zeit die Entwickelung der Dampfturbinen, zu deren Berechnung man sich jetzt fast ausschließlich der Entropiediagramme bedient, dazu beigetragen, den Ingenieur mit der Entropie vertraut zu machen, so daß sie keinem mehr besondere Schwierigkeiten bereitet. Auch der Vergleich der Entropie mit anderen Begriffen kann nie absolut zutreffend sein, und sollte lieber unterbleiben. Es braucht nur daran erinnert zu werden, wie geläufig dem Statiker der Begriff des Trägheitsmomentes ist, und wie verworren er wäre, wenn man sich darunter etwas anderes vorstellen wollte, als eine häufig vorkommende Hilfsgröße.

Diejenigen, welche die Richtigkeit des zweiten Hauptsatzes bezweifeln, werden sich auch durch das vorliegende Buch nicht bekehren lassen; denen, die daran glauben, sagt es nicht viel Neues. R. Plank.

Himmel und Erde. Illustr. naturwissenschaftl. Monatsschrift, herausgegeben von der Gesellschaft Urania-Berlin, redigiert von Dr. P. Schwalm. 21. Jahrgang. Leipzig, B. G. Teubner. 1908/09. Jährlich M. 14.40

Der 21. Jahrgang enthält eine Anzahl interessanter zusammenfassender Aufsätze teils aus dem Gebiete der exakten, teils aus der biologischen Naturwissenschaft, der reinen sowohl wie der angewandten.

Von der Physik nahestehenden Themen seien erwähnt:

Nippoldt: Über den Magnetismus des Erdkörpers,
F. Sauter: Die Elektrizität vor Gericht,
P. Spies: Physikalische Entwicklungsmöglichkeiten,
Byk: Die neueren Anschauungen der Fluoreszenz und Phosphoreszenz,
Schwarzschild: Über das System der Fixsterne,
usw.

Ferner eine Anzahl kleinerer Mitteilungen und Bücherbesprechungen und Referate. — Auch diese sind im allgemeinen vorzüglich, nur würde man ein Referat lieber vermissen, das die Arbeit von Bordier und Nogier, die gefunden haben wollen, daß ultraviolettes Licht kein Ozon bildet, ernst nimmt. F. Krüger.

Berichtigung.

In der Arbeit von Herrn W. König, Eine Erscheinungsform des Thomsoneffektes, diese Zeitschr. 11, 913, 1910, müssen die Pfeile bei Fig. 2 nicht über, sondern unter der Figur stehen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: Für Physik an der Universität Wien der Honorardozent an der Tierärztlichen Hochschule daselbst Dr. Viktor F. Heß, für reine und angewandte Mathematik an der Universität Königsberg der bisherige Privatdozent an der Universität Zürich Dr. Ludwig Biberbach, für Geometrie an der Universität Bonn Dr. Wilhelm Blaschke, für Chemie an der Universität Jena Dr. Wilhelm Schneider.

Ernannt: Der Professor an der Universität Toulouse Dr. Emile Mathias zum Professor der Physik an der Universität von Clermont und zum Direktor des Meteorologischen Observatoriums des Puy-de-Dome, der Privatdozent an der Universität Göttingen Dr. Paul Koebe zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität Leipzig, der a. o. Professor an der Universität Leipzig Dr. Heinrich Liebmann zum ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule München, der Privatdozent an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Hugo Ditz zum a. o. Professor für chemische Technologie anorganischer Stoffe an der Deutschen Technischen Hochschule Prag, Professor Dr. Eugen Grandmougin in Zürich zum Professor für allgemeine Chemie an der Chemieschule in Mülhausen, der a. o. Professor an der Böhmischen Technischen Hochschule Prag Dr. Karl Andrlik zum ord. Professor für technische Chemie daselbst, der Privatdozent Dr. Jaroslav Mühlbauer zum a. o. Professor für chemische Technologie anorganischer Stoffe an der Böhmischen Technischen Hochschule Prag, an der Universität von Michigan Dr. Walter Mann Mitchell zum Assistantprofessor der Astronomie und Carl Leonard De Muralt zum Professor der Elektrotechnik.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Chemie an der Universität Kiel Dr. Gerhard Preuner der Titel Professor, der Adel dem früheren ord. Professor für kosmische Physik an der Universität Wien Hofrat Dr. Julius Hann.

Auszeichnung: Die ungarische Akademie der Wissenschaften in Budapest verlieh den Bolyai-Preis, der aller fünf Jahre erteilt wird, dem ord. Professor der Mathematik Geh. Regierungsrat Dr. David Hilbert in Göttingen, die Royal Society in London die Rumford-Medaille dem ord. Professor der Physik an der Universität Berlin Geheimrat Dr. Heinrich Rubens.

In den Ruhestand: Der Privatdozent für Geodäsie an der Technischen Hochschule Berlin Professor Dr. Andreas Galle, der ord. Professor für reine Mechanik und graphische Statik an der Technischen Hochschule Wien Hofrat Dr. Josef Finger.

Gestorben: Der Fabrikbesitzer Heinrich Heraeus, Mitinhaber der Platinschmelze von W. C. Heraeus in Hanau.

Gesuche.

Für unser elektrotechnisches Laboratorium **suchen** wir einen

promovierten Physiker

für Arbeiten mit **Schwachstrom.** Eintritt sofort. Ausführliche Offerten mit Gehaltsansprüchen unter „**Personalia**“ an

Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H.
Kabelwerk
Berlin-Nonnendamm.

Promovierter Physiker,

der bereits längere Zeit selbständig gearbeitet hat, **sucht** Stellung bei sofortigem Eintritt.

Offerten unter **L. K. 23** an die Expedition dieser Zeitschrift.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

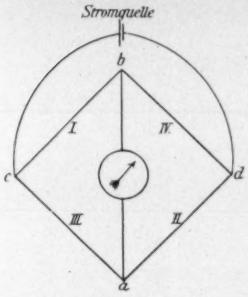


Fig. 1.

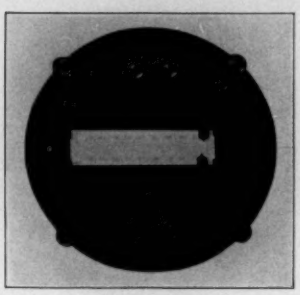


Fig. 2.

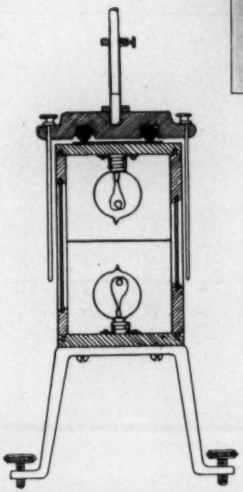


Fig. 8.

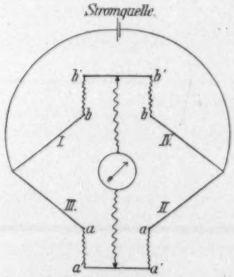


Fig. 3.

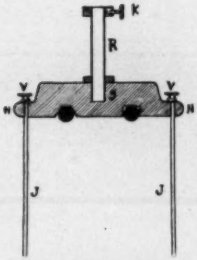


Fig. 10.

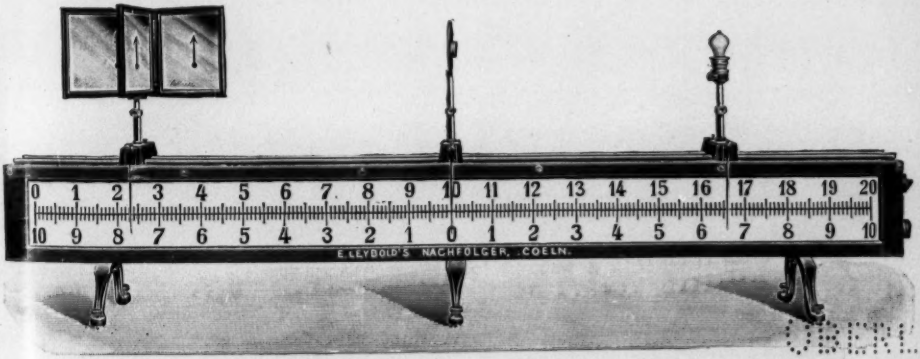


Fig. 9.

OBERLIN COLLEGE LIBRARY

ГІВЧУВА
СОПТЕСЄ
ОВЕЬГІИ

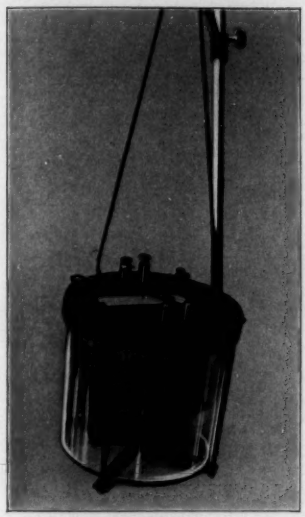


Fig. 4.

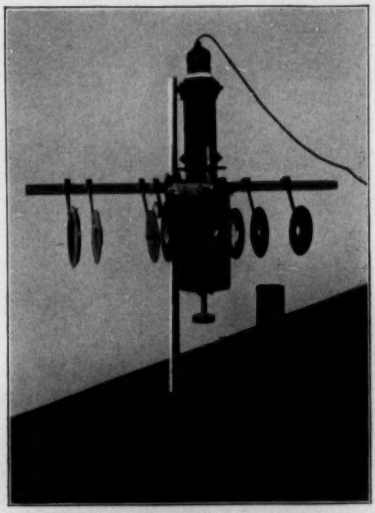


Fig. 5.

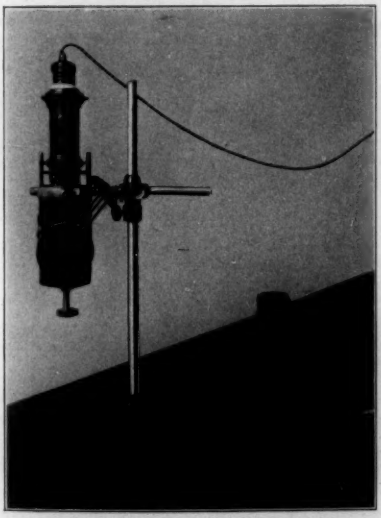


Fig. 6.

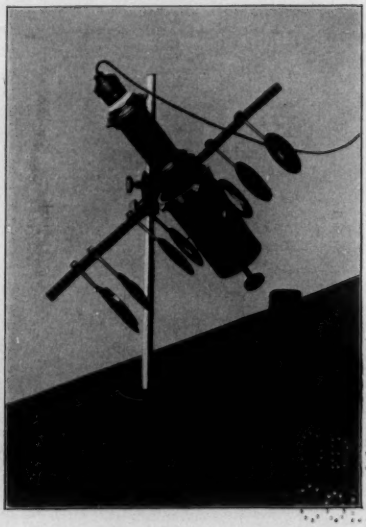


Fig. 7.

M. Seddig, Bolometer, Demonstration der Temperaturänderungen in auf- und abwärts bewegten Luftmassen usw.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

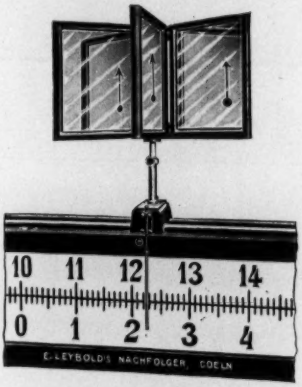


Fig. 11.

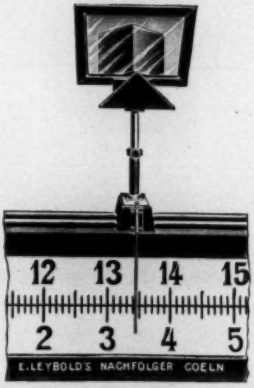


Fig. 12.

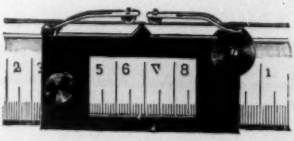


Fig. 13.

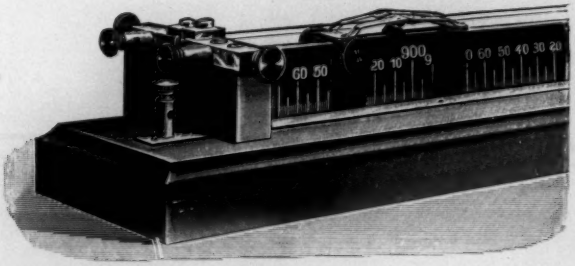


Fig. 14.

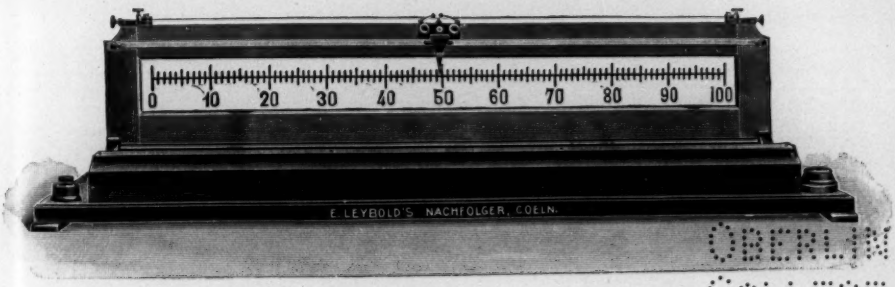


Fig. 15.

OBERLIN COLLEGE LIBRARY

ГІВКУВА
СОТТЕВСЕ
ОВЕЬГІМ

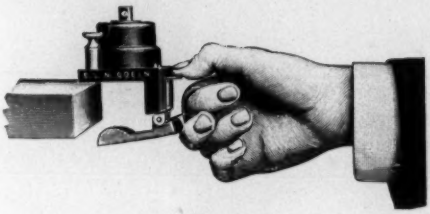


Fig. 16.

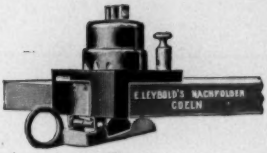


Fig. 17.

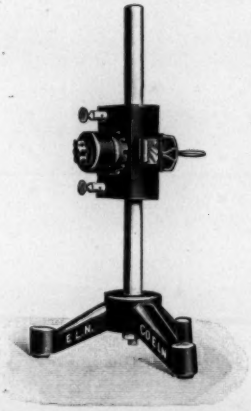


Fig. 18.

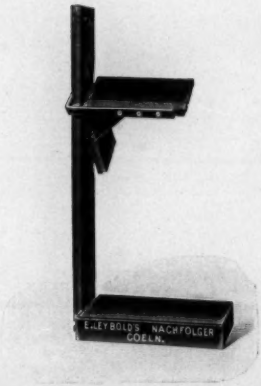


Fig. 20.

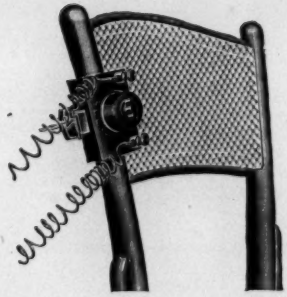


Fig. 19.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY